



Cabri - geometry II

Θέματα Διδακτικής της Γεωμετρίας

**στο περιβάλλον
Cabri-Geometry II**



Ινστιτούτο
Τεχνολογίας
Υπολογιστών



ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΚΑΣΤΑΝΙΩΤΗ
inter@ctive



Μαρία Κορδάκη



**Θέματα διδακτικής της γεωμετρίας
στο περιβάλλον του εκπαιδευτικού
λογισμικού Cabri – geometry II**



ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΚΑΣΤΑΝΙΩΤΗ • *inter@ctive*

ΑΘΗΝΑ 2001

Θέματα διδακτικής της γεωμετρίας στο περιβάλλον του εκπαιδευτικού λογισμικού Cabri – geometry II

Συγγραφέας: Μαρία Κορδάκη

Το λογισμικό **Cabri – geometry II** είναι προϊόν του IMAG (Ινστιτούτο για την Πληροφορική και τα Εφαρμοσμένα Μαθηματικά) του Πανεπιστημίου Joseph Fourier της Γκρενόμπλ, και του CNRS (Εθνικό Κέντρο Επιστημονικής Έρευνας της Γαλλίας).

Το λογισμικό αυτό είναι αποτέλεσμα της εργασίας μιας επιστημονικής ομάδας αποτελούμενης από μαθηματικούς, καθηγητές και επιστήμονες της πληροφορικής, στα πλαίσια του παραπάνω εργαστηρίου.

Η συνολική προσπάθεια υποστηρίχθηκε από το Γραφείο Νέων Τεχνολογιών για την Εκπαίδευση του υπουργείου Παιδείας της Γαλλίας, στο Παρίσι.

Στη Γαλλία η έκδοση που υποστηρίζεται από τα Windows διανεμήθηκε σύμφωνα με την άδεια χρήσης λογισμικού «Licence Mixte» από το γαλλικό υπουργείο Παιδείας (1997).

Το λογισμικό **Cabri – geometry II** εξελληνίστηκε και διατίθεται αρχικά για χρήση στα Γυμνάσια, Λύκεια και ΤΕΕ που συμμετέχουν στην **Οδύσσεια – «Ελληνικά Σχολεία στην Κοινωνία της Πληροφορίας»**, το εθνικό πρόγραμμα που αφορά την παιδαγωγική ένταξη των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και Επικοινωνίας σε όλο το εύρος του εκπαιδευτικού συστήματος, και είναι αποτέλεσμα μακροχρόνιου σχεδιασμού και υλοποίησης (1996-2001). Το 2001 στα 385 σχολεία της **Οδύσσειας** καθηγητές όλων των ειδικοτήτων αξιοποιούν υπολογιστές και δίκτυα στην κύρια καθημερινή σχολική δραστηριότητά τους. Στο **Σχολικό Εργαστήριο της Κοινωνίας της Πληροφορίας** υποστηρίζεται η διδασκαλία όλων των μαθημάτων με διάφορες εκπαιδευτικές δραστηριότητες. Στο Γ' ΚΠΣ προβλέπεται η χρηματοδότηση της σταδιακής εξάπλωσης της **Οδύσσειας** σε περισσότερα σχολεία της χώρας μας.

Διεύθυνση έργου: Γιώργος Σορολοπίδης

Αναπληρωτές υπεύθυνοι έργου: Αρετή Βασιλογλου/Μαρία Καντήρου

Μετάφραση λογισμικού και οδηγού χρήσης: ORCO S.A.

Επιστημονική και παιδαγωγική επιμέλεια: Μαρία Κορδάκη

Εκδοτική επιμέλεια: Πάνος Ζευγώλης

Επιμέλεια κειμένων: Αντωνέτα Κώτση

Υπεύθυνη παρακολούθησης υποέργων ΚΙΡΚΗΣ: Σίλια Ρονιώτη

Σύνδεσμος Παιδαγωγικού Ινστιτούτου: Κώστας Γαβριλίδης

Σύνδεσμος Ινστιτούτου Τεχνολογίας Υπολογιστών: Βασίλης Δαγδιλέλης

ISBN 960-03-3212-6

© Copyright Λογισμικού CABRILOG 1997. Αποκλειστική διάθεση για την ελληνική γλώσσα σε όλο τον κόσμο Εκδόσεις Καστανιώτη Α.Ε., Αθήνα 2001

© Copyright Μαρία Κορδάκη – Εκδόσεις Καστανιώτη Α.Ε., Αθήνα 2001

Απαγορεύεται η αναδημοσίευση ή αναπαραγωγή του παρόντος έργου στο σύνολό του ή τμημάτων του με οποιονδήποτε τρόπο, καθώς και η μετάφραση ή διασκευή του ή εκμετάλλευσή του με οποιονδήποτε τρόπο αναπαραγωγής έργου λόγου ή τέχνης, σύμφωνα με τις διατάξεις του ν. 2121/1993 και της Διεθνούς Σύμβασης Βέρνης-Παρισιού, που κυρώθηκε με το ν. 100/1975. Επίσης απαγορεύεται η αναπαραγωγή της στοιχειοθεσίας, της σελιδοποίησης, του εξωφύλλου και γενικότερα της όλης αισθητικής εμφάνισης του βιβλίου, με φωτοτυπίες, ηλεκτρονικές ή οποιεσδήποτε άλλες μεθόδους, σύμφωνα με το άρθρο 51 του ν. 2121/1993. Κατόπιν ειδικής συμφωνίας με το ΥΠ.Ε.Π.Θ. επιτρέπεται η εκμετάλλευση του εξελληνισμένου προϊόντος με αντικείμενο τη χρήση του στα Ελληνικά Σχολικά Εργαστήρια σύμφωνα με το άρθρο 7, παρ. νί της σύμβασης με το ΠΤΥ για το Έργο Προσαρμογής Διεθνούς Εκπαιδευτικού Λογισμικού στο Ελληνικό Εκπαιδευτικό Σύστημα – Ε24 ΚΙΡΚΗ.

Επικοινωνία:

Cabri – LEIBNIZ-IMAG

46 Avenue Félix Viallet

38031 Grenoble Cedex, France

Τηλ.: (33) 04 76 57 50 58, φαξ: (33) 04 76 57 50 57

www.cabri.net – e-mail: cabri@imag.fr

Εκδόσεις Καστανιώτη Α.Ε.

Ζαλόγγου 11, 106 78 Αθήνα

Τηλ.: (01) 33 01 208, φαξ: (01) 38 22 530

www.kastaniotis.com/cabri – e-mail: cabri@kastaniotis.com

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Παραδοσιακές θεωρίες μάθησης και ανάπτυξη εκπαιδευτικού λογισμικού	5
2. Σύγχρονες θεωρίες μάθησης και εκπαιδευτικό λογισμικό	7
2.1 Η γνώση από μια κοινωνική και εποικοδομιστική προσέγγιση	7
2.2 Το περιβάλλον Cabri – geometry II	9
2.3 Βασικές δυνατότητες προγράμματος	11
3. Κοινωνικές και εποικοδομιστικές προσεγγίσεις στη μάθηση – Το Cabri – geometry II	13
3.1 Η γνώση του ατόμου ως διαδικασία νοητικής κατασκευής στηριγμένης στην εμπειρία του και το πειραματικό περιβάλλον Cabri – geometry II	13
3.2 Η σημασία των ενεργειών του ατόμου στη μάθησή του και το αλληλεπιδραστικό περιβάλλον Cabri – geometry II	14
3.3 Η σημασία του αναστοχασμού στη μάθηση του ατόμου και το περιβάλλον εικονικής ανατροφοδότησης Cabri – geometry II	15
3.4 Ο υποκειμενικός χαρακτήρας της γνώσης και η δυνατότητα έκφρασης των ιδιαιτεροτήτων των μαθητών στο περιβάλλον του Cabri – geometry II	16
3.5 Ο ρόλος των εργαλείων στη νοητική εξέλιξη του μαθητή και η διάθεση εργαλείων στο περιβάλλον Cabri – geometry II	17
3.6 Ο ρόλος των εξωτερικών αναπαραστάσεων στην ανάπτυξη της γεωμετρικής λογικής και οι δυναμικές αναπαραστάσεις γεωμετρικών εννοιών στο περιβάλλον Cabri – geometry II	19
3.7 Η σχέση των σχημάτων και των εννοιών στην ανάπτυξη γεωμετρικής λογικής	21
3.8 Το εκπαιδευτικό λογισμικό ως ένα πολύ σημαντικό στοιχείο του πλαισίου συμφραζομένων στο οποίο συντελείται η μάθηση	22
3.9 Η μάθηση και ο διερευνητικός χαρακτήρας των δραστηριοτήτων στο περιβάλλον Cabri – geometry II	23
3.10 Τι αλλάζει στο περιβάλλον της τάξης με τη χρήση ανοικτών υπολογιστικών περιβαλλόντων μάθησης όπως το Cabri – geometry II	24
Βιβλιογραφικές αναφορές	30

1. ΠΑΡΑΔΟΣΙΑΚΕΣ ΘΕΩΡΙΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ

Πριν από 25 χρόνια η επικρατούσα άποψη για το πώς ο μαθητής μαθαίνει ήταν ότι η γνώση μεταφέρεται από το δάσκαλο στο μαθητή με κάποιον τρόπο (Von Glasersfeld, 1987). Έτσι, οι εκπαιδευτικοί αλλά και οι ερευνητές της εκπαιδευτικής διαδικασίας είχαν το καθήκον της εξεύρεσης του αποδοτικότερου τρόπου για αυτήν τη μεταβίβαση. Η προσέγγιση αυτή χαρακτηρίζεται ως μοντέλο της μεταφοράς της γνώσης ή συμπεριφοριστικό μοντέλο μάθησης. Σύμφωνα με αυτή την προσέγγιση, το άτομο και τα πράγματα που μαθαίνει αποτελούν ξεχωριστές οντότητες. Ως εκ τούτου, το άτομο που επιθυμεί να μάθει κάποια πράγματα πρέπει οπωσδήποτε να κατασκευάσει μια αντιστοιχία μεταξύ των γνωστικών του δομών και αυτών των πραγμάτων που προτίθεται να μάθει. Όσο πιο ταιριαστή είναι αυτή η αντιστοιχία τόσο πιο κοντά στην αλήθεια είναι το άτομο. Η αξιολόγηση του ταιριασματος αυτών των δομών θεωρείται ότι είναι δυνατόν να πραγματοποιηθεί από εξωτερικούς παράγοντες με απόλυτα αντικειμενικό τρόπο και ανεξάρτητα από το άτομο που μαθαίνει. Ως εκ τούτου, η γνώση αποκτά έναν απόλυτο χαρακτήρα, γίνεται δηλαδή δόγμα. Η έμφαση δίνεται στην αξιολόγηση των αποτελεσμάτων και όχι στη διαδικασία της μάθησης και στην εξέλιξη του μαθητή, ενώ εξωτερικά κίνητρα και αμοιβές χρησιμοποιούνται για τη βελτίωση της επίδοσής του. Επιπλέον, αγνοούνται οι γνωστικές λειτουργίες του νου και, ως εκ τούτου, οι ιδιαιτερότητες των ατόμων στη μάθησή τους, ενώ δίνεται έμφαση στις λειτουργίες της μνήμης με τη χρήση της επανάληψης για τη διόρθωση των λαθών των μαθητών. Η γνώση που αποκτιέται με τη διαδικασία που προαναφέρθηκε αποτελεί κυρίως πληροφορική γνώση και όχι γνώση που στηρίζεται στην ανάπτυξη της κριτικής σκέψης με βάση την οποία είναι δυνατόν να εξάγονται συμπεράσματα, να γίνεται έλεγχος υποθέσεων, όπως επίσης διατύπωση γενικεύσεων και προβλέψεων.

Το μεταδοτικό συμπεριφοριστικό μοντέλο μάθησης ήταν το μοντέλο το οποίο επηρέασε τις αρχικές (προς το τέλος της δεκαετίας του 1960) προσπάθειες σχεδιασμού λογισμικού για την εκπαίδευση. Ο τύπος του λογισμικού που παραγόταν εκείνη την εποχή ήταν παιχνίδια, προσομοιώσεις και διδακτικά υλικά. Τα διδακτικά υλικά, τα οποία μπορούν να θεωρηθούν και ως προσομοιώσεις των βιβλίων, αποτελούνταν κυρίως από σειριακές παρουσιάσεις των εννοιών που επιλέγονταν για διδασκαλία. Η αλληλεπίδραση του μαθητή με το πρόγραμμα ήταν περιορισμένη. Ουσιαστικά, ο μαθητής μπορούσε μόνο να προχωρήσει μια σελίδα μπρος ή πίσω, ή να γυρίσει στον πίνακα περιεχομένων του μαθήματος και να λύσει ασκήσεις όπως αυτές που περιέχονται στα σχολικά βιβλία. Αυτά τα διδακτικά υλικά συνοδεύονταν συνήθως από ένα σύστημα αξιολόγησης της απάντησης το οποίο εκφραζόταν με σχόλια επιβράβευσης προς το μαθητή ή με κάποια παρότρυνση να συνεχίσει στην περίπτωση που έκανε λάθος. Λίγο αργότερα (στη δεκαετία του 1970) έγινε μια προσπάθεια αντικατάστασης του δασκάλου από τον υπολογιστή. Κατασκευάστηκαν τότε εκπαιδευτικά προγράμματα που

προσπαθούσαν να προσομοιώσουν τους παραδοσιακούς τρόπους διδασκαλίας (παρουσίαση κάποιας ύλης και εξέταση) και τα παραδοσιακά συστήματα αναπαράστασης (κείμενα, στατικές εικόνες, στατικές γραφικές παραστάσεις), δηλαδή τα συστήματα που χρησιμοποιούσαν τα «αδρανή» μέσα, με κύριο εκπρόσωπό τους το περιβάλλον χαρτί-μολύβι (Karut, 1992). Ο τρόπος αλληλεπίδρασης με αυτά τα προγράμματα προσπαθούσε να μιμηθεί την αλληλεπίδραση μαθητή - δασκάλου όπως αυτή είχε προβλεφθεί από το σχεδιαστή του λογισμικού. Η ποιότητα των δραστηριοτήτων που τα προγράμματα αυτά υποστήριζαν ήταν τύπου εκγύμνασης και εξάσκησης (drill and practice, Becker, 1990). Εκείνη την εποχή στο χώρο της επιστήμης των υπολογιστών δεν υπήρχε ακόμη η δυνατότητα της δημιουργίας ανοικτών αλληλεπιδραστικών περιβαλλόντων μάθησης, η ανάπτυξη των οποίων κυρίως βασίζεται στη χρήση γλωσσών υψηλού επιπέδου και αντικειμενοστραφούς προγραμματισμού.

2. ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΘΕΩΡΙΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟ

2.1 Η γνώση από μια κοινωνική και εποικοδομιστική προσέγγιση

Σε αντιπαράθεση με τις παραδοσιακές δυτικές φιλοσοφίες που θεωρούσαν ανεξάρτητο τον πραγματικό κόσμο από το άτομο που προσπαθούσε να τον γνωρίσει και, ως εκ τούτου, προσέδιδαν στη γνώση απόλυτη ισχύ, αναπτύχθηκε η επιστημολογική θεώρηση του εποικοδομισμού (constructivism) για τη γνώση και τη μάθηση (Von Glasersfeld, 1995). Ο εποικοδομισμός στηρίζεται στη γενετική επιστημολογία, όπως αυτή αναπτύχθηκε από τον J. Piaget. Από αυτή τη θεώρηση, η γνώση δε μελετάται ως κάτι απόλυτο και ανεξάρτητο από το άτομο, αλλά συνδέεται με την ανάπτυξή του (Piaget, 1970b). Η γνώση δεν αντιμετωπίζεται πια ως μια παθητική στάση μίμησης των συμπεριφορών των ενηλίκων αλλά ως μια υποκειμενική και κατασκευαστική δραστηριότητα του ατόμου προκειμένου να προσαρμοστεί στο ζωτικό του περιβάλλον, όπως και στο περιβάλλον των εννοιών μέσα στις οποίες ζει (Von Glasersfeld, 1995). Επιπλέον, κοινωνικοπολιτισμικές θεωρήσεις για τη γνώση γίνονται αποδεκτές (Vygotsky, 1978), οι οποίες δίνουν έμφαση στο ρόλο των υλικών μέσων και, ειδικότερα, των εργαλείων (Cobb, 1997), στο ρόλο της δραστηριότητας (Leont'ev, 1981, ό.π. Noss και Hoyles, 1996b), στο ρόλο της επικοινωνίας με άλλα άτομα ή ομάδες (Vygotsky, 1978) και, γενικότερα, στο ρόλο του πλαισίου των συμφραζομένων με το οποίο αλληλεπιδρά το άτομο (Lave, 1988, Kordaki και Potari, 1999). Το λάθος, σύμφωνα με τις εποικοδομιστικές θεωρίες μάθησης, αποτελεί διαφορετική αλλά ισότιμη άποψη που έχει νόημα για εκείνον που την προτείνει και, επομένως, πρέπει να αντιμετωπίζεται από τον εκπαιδευτικό ως ευκαιρία για μάθηση (Cobb, 1991). Από αυτή τη θεώρηση, η μάθηση αντιμετωπίζεται ως δικαίωμα όλων των μαθητών και οι εκπαιδευτικοί έχουν το καθήκον να δημιουργούν περιβάλλοντα μάθησης τα οποία να δίνουν ευκαιρίες στους μαθητές να εξελιχθούν και να τροποποιήσουν τις απόψεις τους. Για το σκοπό αυτόν, κρίνεται σκόπιμη η ενεργητική εμπλοκή των μαθητών σε δραστηριότητες που σχετίζονται με προβλήματα της καθημερινής ζωής, τους δημιουργούν ισχυρό εσωτερικό κίνητρο και ανταποκρίνονται στο γνωστικό τους επίπεδο (Von Glasersfeld, 1987). Επιπλέον, οι ανοικτές και διερευνητικές δραστηριότητες οι οποίες δίνουν τη δυνατότητα πολλαπλών επιλύσεων στους μαθητές παρέχουν σε αυτούς την ευκαιρία να εκφράσουν τις ατομικές τους διαφορές στη μάθηση (Magone, Cai, Silver και Wang, 1994, Hadas και Arcavi, 1997). Ο ρόλος του καθηγητή δεν είναι να επιβραβεύει τις σωστές ή να διορθώνει τις λαθεμένες επιλύσεις των μαθητών του. Ο εκπαιδευτικός πρέπει να αναγνωρίζει ότι τα παιδιά δεν αποτελούν μικρογραφία των ενηλίκων, αλλά σκέπτονται με διαφορετικό τρόπο από αυτούς και ότι τα μαθηματικά του δασκάλου είναι διαφορετικά από αυτά τα οποία ο κάθε μαθητής κατασκευάζει (Steffe και Kieren, 1994, Confrey, 1995, Cobb και Steffe, 1983). Ως εκ τούτου, ο εκπαιδευτικός πρέπει να διερευνά και να δημιουργεί μοντέλα για τις αφετηρίες στις οποίες βρίσκονται οι μαθητές του και να βρίσκει τρόπους ώστε να τους δίνει ευκαιρίες να αυτοδιορθώνονται και να κατασκευάζουν τη γνώση τους

μέσα από τις δικές τους γνωστικές λειτουργίες, όπως επίσης να τους προσφέρει ευκαιρίες για μαθηματικές γενικεύσεις και επεκτάσεις. Ιδιαίτερα σημαντικός χαρακτηρίζεται ο ρόλος της επικοινωνίας και της διαπραγμάτευσης των απόψεων των μελών μιας ομάδας στα πλαίσια της προσπάθειας ανακατασκευής σημασιών των μαθηματικών εννοιών (Bauersfeld, 1988). Επιπλέον, αναγνωρίζεται ο ρόλος του αναστοχασμού του μαθητή στις ενέργειές του, όπως και της γνωστικής σύγκρουσης μεταξύ των ενεργειών του μαθητή και των αποτελεσμάτων τους ως εργαλείων για την τροποποίηση των απόψεών του (Piaget, 1970b, σ. 14, Von Glasersfeld, 1987). Διακρίνεται, επίσης, ο ρόλος των υλικών μέσων και, ειδικότερα, του εκπαιδευτικού λογισμικού πολλαπλών αναπαραστάσεων ως περιβαλλόντων τα οποία παρέχουν ευκαιρίες στους μαθητές να εκφράσουν τις ατομικές τους διαφορές στη μάθηση (Dyfour-Janvier, Bednarz και Belanger, 1987). Ειδικότερα, αναγνωρίζεται η σημασία των εικονικών αναπαραστάσεων, με τη χρήση των οποίων ορισμένες φορές είναι ευκολότερη η έκφραση της μαθηματικής γνώσης των μαθητών (Sutherland, 1995).

Στη δεκαετία του 1980 σχεδιάστηκαν προγράμματα εκπαιδευτικού λογισμικού τα οποία εισήγαγαν νέες διαστάσεις στην εκπαίδευση. Τέτοια προγράμματα ήταν εκείνα τα οποία στηρίζονταν σε γλώσσες προγραμματισμού όπως η γλώσσα Logo, οι προσομοιώσεις και οι μικρόκοσμοι. Η έννοια του μικρόκοσμου χρησιμοποιήθηκε αρχικά από τον Papert (1980), ο οποίος υποστήριξε ότι οι μικρόκοσμοι αποτελούν «μικρά πεδία πιαζετιανών μαθηματικών» (mini domains of Piazetian Mathematics). Σε αυτούς τους χώρους είναι δυνατός ο αναστοχασμός και η αφαίρεση, η οποία οδηγεί στην ανάπτυξη νέων λογικομαθηματικών δομών. Ο όρος «πιαζετιανά μαθηματικά» χρησιμοποιήθηκε προκειμένου να δοθεί έμφαση στον ενεργητικό και κατασκευαστικό χαρακτήρα των μαθηματικών, σε αντιπαράθεση με τα σχολικά μαθηματικά. Ένας μικρόκοσμος, βασικά, αποτελεί έναν εννοιολογικό χώρο (Vergnaud, 1983, ό.π. Hilel, 1992) ο οποίος συνίσταται από τις ακόλουθες αλληλοσυσχετιζόμενες ουσιαστικές δυνατότητες:

- 1) Ένα σύνολο από βασικά αντικείμενα, στοιχειώδεις λειτουργίες που μπορούν να επιδράσουν σε αυτά και κανόνες που εκφράζουν τους τρόπους με τους οποίους οι λειτουργίες επιδρούν σε αυτά τα αντικείμενα. Το σύνολο αυτό αποτελεί συνήθη δομή ενός τυπικού συστήματος από μια μαθηματική οπτική (Balacheff και Kaput, 1996).
- 2) Ένα φαινομενολογικό χώρο ο οποίος συνδέει αντικείμενα και ενέργειες επί των εννοιολογικών αντικειμένων με τα φαινόμενα στην οθόνη του υπολογιστή. Αυτό το φαινομενολογικό πεδίο καθορίζει τον τύπο της ανατροφοδότησης που ο μικρόκοσμος παρέχει, σε συνάρτηση με τις ενέργειες και τις αποφάσεις του χρήστη (Balacheff και Kaput, 1996). Ο εννοιολογικός χώρος, σύμφωνα με τον Vergnaud (1983, ό.π. Hilel, 1992), αποτελείται «από ένα εκτεταμένο σύνολο καταστάσεων για το χειρισμό διαφορετικών διασυνδεδεμένων εννοιών, διαδικασιών και αναπαραστάσεων».

Επιπλέον, ένας μικρόκοσμος παρέχει τη δυνατότητα σύνδεσης των υπολογιστικών αντικειμένων με σχέσεις (Laborde, et al., 1990, Pufall, 1988). Η δυνατότητα δημιουργίας νέων λειτουργιών (μακροκατασκευών) από το συνδυασμό ήδη υπαρχόντων ενυπάρχει επίσης στον ορισμό του μικρόκοσμου. Από αυτή την άποψη, μπορεί κανείς να υποστηρίξει ότι ένας μικρόκοσμος αναπτύσσεται παράλληλα με τη γνώση του μαθητή (Hoyles, 1993, σ. 3). Ένας μικρόκοσμος παρέχει τη δυνατότητα στο μαθητή να διερευνά ταυτόχρονα τη δομή

των αντικειμένων με τα οποία αλληλεπιδρά, τις σχέσεις τους και την αναπαράσταση από την οποία έχουν δημιουργηθεί (Hoyles, 1993). Τα αντικείμενα των μικρόκοσμων θεωρούνται ως ενδιάμεσα αντικείμενα μεταξύ των συγκεκριμένων, άμεσα διαχειρίσιμων και των αφηρημένων συμβολικών αντικειμένων (Papert, 1987, ό.π. Hoyles, 1993). Αυτά τα περιβάλλοντα μπορούν να συνδυάσουν τις δυνατότητες ανάπτυξης της εμπειρικής λογικής σκέψης και της παραγωγικής λογικής και, ως εκ τούτου, αποτελούν περιοχές που υπόσχονται πολλά για το μέλλον της διδασκαλίας και της μάθησης (Balacheff και Kaput, 1996). Τα τελευταία χρόνια έχουν κατασκευαστεί αρκετοί μικρόκοσμοι για την εκμάθηση μαθηματικών εννοιών. Ο μικρόκοσμος Cabri – geometry (Laborde, 1990) αποτελεί ένα δυναμικό περιβάλλον για τη μάθηση γεωμετρικών εννοιών.

2.2 Το περιβάλλον Cabri – geometry II

Το πρόγραμμα Cabri – geometry II αποτελεί ένα περιβάλλον λογισμικού το οποίο δεν περιορίζεται να υποστηρίξει απλώς μια εναλλακτική διδασκαλία με τη χρήση υπολογιστή, αλλά υποστηρίζει την ανάπτυξη μιας διερευνητικής προσέγγισης στη διδασκαλία και στη μάθηση της γεωμετρίας. Αποτελείται από ένα πακέτο ισχυρών και προσεκτικά κατασκευασμένων υπολογιστικών εργαλείων για τη δημιουργία γεωμετρικών δραστηριοτήτων και εφαρμογών, η λειτουργία του οποίου βασίζεται στην αμφίδρομη σχέση με το χρήστη. Επιτρέπει τόσο την κατασκευή όσο και τη μελέτη γεωμετρικών αντικειμένων, δίνοντας με αυτό τον τρόπο κίνητρα στο μαθητή προκειμένου να επεκτείνει τις αναζητήσεις του στο χώρο της γεωμετρίας.

Το πρόγραμμα Cabri – geometry II δημιουργήθηκε από τους Jean-Marie Laborde και Frank Bellemain στο Institut d'Informatique et Mathematiques Appliquees de Grenoble (IMAG), ένα ερευνητικό εργαστήριο στο Πανεπιστήμιο Joseph Fourier στη Grenoble της Γαλλίας, σε συνεργασία με το Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS). Το πρόγραμμα Cabri II προέρχεται από ομάδα επιστημόνων που ανήκουν στο χώρο της πληροφορικής, των μαθηματικών, όπως και της διδακτικής των μαθηματικών, με στόχο να προσφέρει νέα, δυναμική προσέγγιση στη μάθηση της γεωμετρίας.

Το πρόγραμμα Cabri διαθέτει βασικά πλεονεκτήματα σε σύγκριση με άλλα προγράμματα διδασκαλίας των μαθηματικών, και ιδιαίτερα της γεωμετρίας. Συγκεκριμένα:

- Πρόκειται για ένα πακέτο γεωμετρίας το οποίο διαθέτει στοιχεία υψηλής αλληλεπίδρασης.
- Αποτελεί δυναμικό περιβάλλον μάθησης από την άποψη ότι οι μορφές των σχημάτων δύνανται να μεταβάλλονται ενώ ορισμένες ιδιότητές τους παραμένουν αμετάβλητες. Δηλαδή ο δυναμικός χαρακτήρας του περιβάλλοντος αφορά τη δυνατότητα εμφάνισης στην οθόνη του υπολογιστή απειρίας ψηφιακών γραφικών αναπαραστάσεων μιας γεωμετρικής κατασκευής που δημιουργείται από το συνδυασμό απλών στοιχειωδών κατασκευών που υπάρχουν στο περιβάλλον διεπαφής (interface) του μικρόκοσμου. Η απειρία αυτών των σχημάτων αποτελεί κλάση ισοδυναμίας σχημάτων τα οποία έχουν ορισμένες κοινές ιδιότητες. Εκπρόσωπο αυτής της κλάσης αποτελεί κάθε σχήμα το οποίο κατασκευάζεται στην οθόνη του υπολογιστή. Κάθε σχήμα είναι άμεσα διαχειρίσιμο από το μαθητή με χρήση του συρσίματος (dragging), το οποίο είναι διαθέσιμο από το πρόγραμμα. Μέσω της άμεσης διαχείρισης, μια απειρία σχημάτων με κοινές ιδιότητες είναι δυνατόν να απεικονίζονται γραφικά στην οθόνη του υπολογιστή, δίνοντας την ευκαιρία στο

μαθητή να κατασκευάσει αφηρημένες έννοιες που σχετίζονται με αυτές τις ιδιότητες (Laborde, 1990).

- Οι ενέργειες του μαθητή συνοδεύονται, στην πλειονότητά τους, από γραφική (εικονική) ψηφιακή ανατροφοδότηση. Ο ρόλος της εικόνας έχει αναφερθεί ως υποστηρικτικός στη δημιουργία νοερών εικόνων οι οποίες θεωρείται ότι αποτελούν βασικό στοιχείο της νοητικής ανάπτυξης του ατόμου (Sutherland, 1995). Ειδικότερα, επισημαίνεται η αλληλεπίδραση της εικόνας με την έννοια στην ανάπτυξη της γεωμετρικής λογικής (Mariotti, 1995).
- Το πρόγραμμα Cabri II αποτελεί ένα ανοικτό περιβάλλον μάθησης το οποίο διαθέτει εργαλεία στο μαθητή προκειμένου να μπορεί να επιλύει προβλήματα. Η σημασία της επίλυσης προβλημάτων στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών έχει περιγραφεί (Von Glasersfeld, 1987).
- Η δυνατότητα του περιβάλλοντος να καταγράφει βήμα βήμα το ιστορικό των ενεργειών του χρήστη αποτελεί ένα ισχυρό εργαλείο για το δάσκαλο, το μαθητή αλλά και τον ερευνητή, ώστε να βγάλουν συμπεράσματα για τη διαδικασία της μάθησης η οποία πιθανώς συντελέστηκε σε αυτό το περιβάλλον, και, ως εκ τούτου, δίνει νέες δυνατότητες διαμεσολάβησης μεταξύ δασκάλου και μαθητή (Mariotti και Bussi, 1998).
- Το ανοικτό περιβάλλον Cabri II μπορεί να υποστηρίξει τη διεπιστημονική προσέγγιση στη μάθηση της γεωμετρίας. Η σημασία της διεπιστημονικής προσέγγισης, όπως και γενικότερα του πλαισίου συμφραζομένων στο οποίο συντελείται η μάθηση έχει αναφερθεί (Clements, 1989, Noss και Hoyles, 1992).
- Στο περιβάλλον Cabri II, είναι δυνατόν ο μαθητής να προσεγγίζει γεωμετρικά θέματα με έναν ποιοτικό τρόπο, δηλαδή χωρίς τη χρήση αριθμών. Αυτή η δυνατότητα τον βοηθά να προσεγγίσει αρχικά τις έννοιες ποιοτικά και στη συνέχεια να προχωρήσει σε πιο ποσοτικές προσεγγίσεις.
- Το περιβάλλον Cabri II χωρίς να διαθέτει ένα σύστημα ελέγχου της ορθότητας των απαντήσεων του μαθητή του παρέχει εργαλεία τα οποία μπορεί να χρησιμοποιήσει για αυτοδιόρθωση.
- Το περιβάλλον Cabri II, δε μένει στατικό, αλλά μπορεί να εξελίσσεται παράλληλα με το χρήστη. Η εξέλιξη αυτή είναι δυνατή μέσα από τη δημιουργία νέων λειτουργιών (μακροκατασκευών), η οποία δίνει στο πρόγραμμα μια δυναμική διάσταση διότι το εμπλουτίζει κάθε φορά με νέα εργαλεία, τα οποία κατασκευάζονται από το χρήστη. Τα εργαλεία αυτά μπορούν να τοποθετούνται μόνιμα ως νέες δυνατότητες στο περιβάλλον διεπαφής του μικρόκοσμου. Με τις λειτουργίες αυτές είναι εφικτό να υλοποιείται μια μαθηματική γεωμετρική κατασκευή αυτόματα, όπως, για παράδειγμα, η διάμεσος ή η τομή στα ύψη ενός τριγώνου. Αυτή η κατασκευή φυλάσσεται από τον υπολογιστή ως γενική διαδικασία η οποία κρίνεται επαναλήψιμη σε άλλα σχήματα του ίδιου τύπου με τα αρχικά.
- Η «διερεύνηση ιδιοτήτων», που διαθέτει το πρόγραμμα Cabri II, επιτρέπει τις λύσεις προβλημάτων οι οποίες βασίζονται στα πέντε ευκλείδια αξιώματα.
- Επιτρέπει στο χρήστη να αποφασίσει την κατάλληλη διάταξη των περιεχομένων, έτσι ώστε να εμφανίζονται μόνο τα σχετικά με την εκάστοτε εφαρμογή εργαλεία.
- Στοιχεία τα οποία οδηγούν στην κατασκευή σχημάτων μπορούν να ενταχθούν σε οποιαδήποτε λίστα περιεχομένων, π.χ. τα fractal μπορούν να κατασκευαστούν ευκολότερα με τη βοήθεια των macro.

2.3 Βασικές δυνατότητες προγράμματος

Το πρόγραμμα Cabri – geometry II δίνει την ευκαιρία προσέγγισης μιας σειράς θεμάτων τα οποία αφορούν τη γεωμετρία. Συγκεκριμένα, βασικά πεδία αναφοράς είναι τα εξής:

- ✓ Αναλυτική και ευκλείδια γεωμετρία, όπως και γεωμετρικοί μετασχηματισμοί σε περιβάλλον υψηλής αλληλεπίδρασης.
- ✓ Άμεση κατασκευή σημείων, ευθειών, ευθύγραμμων τμημάτων, τριγώνων, πολυγώνων, κύκλων και άλλων βασικών σχημάτων.
- ✓ Μεταφορά, μεγέθυνση και περιστροφή γεωμετρικών σχημάτων γύρω από γεωμετρικά κέντρα και προσδιορισμένα σημεία και, επιπλέον, ανάκλαση, συμμετρία και αντιστροφή.
- ✓ Εύκολη κατασκευή κωνικών σχημάτων, ελλείψεων και υπερβολών.
- ✓ Διερεύνηση γραφικών παραστάσεων υψηλού επιπέδου στην προβολική και υπερβολική γεωμετρία.
- ✓ Σχολιασμός τιμών και μετρήσεις (με αυτόματη αρχειοθέτηση).
- ✓ Συστήματα καρτεσιανών και πολικών συντεταγμένων.
- ✓ Ο χρήστης μπορεί να επιδείξει τις ιδιότητες των γεωμετρικών σχημάτων, των περιεχομένων ευθειών, των κύκλων, των ελλείψεων και των συντεταγμένων των σημείων.
- ✓ Ο χρήστης είναι σε θέση να δημιουργήσει macro για σημαντικές ή συχνά επαναλαμβανόμενες γεωμετρικές κατασκευές.
- ✓ Ο καθηγητής μπορεί να καταρτίσει λίστα περιεχομένων, η οποία θα περιλαμβάνει τα θέματα στα οποία επιθυμεί να επικεντρώσει το ενδιαφέρον και την εξάσκηση των μαθητών του.
- ✓ Δυνατότητα διερεύνησης γεωμετρικών ιδιοτήτων για υποθέσεις ασκήσεων που βασίζονται στα πέντε ευκλείδια αξιώματα.
- ✓ Γραφικός προσδιορισμός γεωμετρικών τόπων.
- ✓ Αντικείμενα που χρησιμοποιούνται για τις κατασκευές μπορούν να μετακινηθούν και να αποκρυφθούν για να περιοριστεί η επιβάρυνση της οθόνης.
- ✓ Οι παλέτες των χρωμάτων και των γραμμών διευκολύνουν τη διαφοροποίηση των σχημάτων.
- ✓ Υλικό animation αναδεικνύει τα δυναμικά χαρακτηριστικά των σχημάτων.
- ✓ Κατασκευές και macro μπορούν να αποθηκευθούν στο σκληρό δίσκο.
- ✓ Επιφάνεια εργασίας ενός τετραγωνικού μέτρου: επιτρέπει την εκτύπωση επιφάνειας σχεδίου 8 ½*11.

Στα υπόλοιπα μέρη αυτού του εγχειριδίου παρουσιάζονται αναλυτικότερα οι βασικές αρχές των σύγχρονων θεωριών μάθησης που προαναφέρθηκαν και γίνεται μια προσπάθεια σύνδεσής τους με τις δυνατότητες του περιβάλλοντος Cabri – geometry II.

3. ΚΟΙΝΩΝΙΚΕΣ ΚΑΙ ΕΠΟΙΚΟΔΟΜΙΣΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΗ – ΤΟ CABRI – GEOMETRY II

3.1 Η γνώση του ατόμου ως διαδικασία νοητικής κατασκευής στηριγμένης στην εμπειρία του και το πειραματικό περιβάλλον Cabri – geometry II

Σύμφωνα με τις σύγχρονες θεωρίες μάθησης, η εμπλοκή του ατόμου στην επίλυση εμπειρικών προβλημάτων θεωρείται βασική στην κατασκευή της γνώσης του. Από αυτή τη θεώρηση, η αξία των γνωστικών δομών του ατόμου καθορίζεται από το κατά πόσον αυτές ταιριάζουν με την εμπειρία του και από το κατά πόσον είναι βιώσιμες, δηλαδή κατά πόσον μπορούν να λύσουν προβλήματα. Η οικοδόμηση γνώσης μέσα από την εμπειρία συνίσταται στη δυνατότητα εξεύρεσης βασικών στοιχείων της τα οποία είναι χρήσιμο κάποιος να αποφεύγει ή να επαναλαμβάνει. Για να μπορέσει το άτομο να μάθει μέσα από την εμπειρία του, θα πρέπει να παρατηρήσει και να οργανώσει τα γεγονότα που την αποτελούν χωρίζοντάς τα σε μέρη. Η ταξινόμηση των γεγονότων θα γίνει με κάποια κριτήρια, τα οποία επιλέγει το άτομο και τα οποία αφορούν ομοιότητες ή διαφορές των γεγονότων. Στη συνέχεια, θα πρέπει να γίνει ερμηνεία της εμπειρίας από την άποψη της πρόβλεψης των αναμενόμενων αποτελεσμάτων σε μελλοντικές παρόμοιες καταστάσεις. Εάν μέσα από αυτή την οργάνωση της εμπειρίας ένα συμπέρασμα φανεί χρήσιμο, τότε σημαίνει ότι αυτή η οργάνωση είναι βιώσιμη, δε θα μπορούσε να γίνει με άλλον τρόπο, και σημαίνει ότι το άτομο κατανόησε κάτι από τον πραγματικό κόσμο. Η οργάνωση της εμπειρίας έτσι ώστε να μας επιτρέπει τη διατύπωση έγκυρων προβλέψεων σημαίνει κατανόηση, σύμφωνα με τη γνωσιοθεωρητική τοποθέτηση του εποικοδομισμού. Έτσι, η αλήθεια της γνώσης δεν εξαρτήθηκε από το κατά πόσον εκφράζει μια «πραγματικότητα», της οποίας το περιεχόμενο ορίζεται από εξωτερικούς και ανεξάρτητους από το άτομο παράγοντες, αλλά από το κατά πόσον εκφράζει οργάνωση και δομή σε γεγονότα τα οποία προέρχονται από την εμπειρία και μπορούν να παρατηρηθούν.

Η αποδοχή της σημασίας του πειραματισμού σε καταστάσεις επίλυσης προβλήματος είναι αποδεκτή και στα μαθηματικά, τα οποία πολλές φορές υπάρχει η τάση να εμφανίζονται ως η πλέον αλάνθαστη και αμετάβλητη επιστήμη. Χαρακτηριστικά, αναφέρεται ότι «τα μη τυποποιημένα, μισοεμπειρικά μαθηματικά δεν αναπτύσσονται μέσα από μια μονότονη αύξηση ενός αριθμού βέβαιων και καθιερωμένων θεωρημάτων αλλά από τη συνεχή βελτίωση των υποθέσεων, ύστερα από διαλογισμό και κριτική με τη λογική, την απόδειξη και την ανάλυση» (Lakatos, 1976, ό.π. Villarreal, 1997).

Στο περιβάλλον Cabri – geometry II οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να πειραματιστούν προκειμένου να πραγματοποιήσουν μια γεωμετρική κατασκευή ή να προβληματιστούν για το τι είναι δυνατόν να συμβαίνει σε ένα γεωμετρικό πρόβλημα και να διατυπώσουν εικασίες – προβλέψεις – γενικεύσεις. Η διατύπωση αυτών των προτάσεων μπορεί να γίνει με βάση εμπειρικά δεδομένα τα οποία είναι δυνατόν να απεικονίζο-

νται στην οθόνη του υπολογιστή. Η δυνατότητα εξεικόνισης στην οθόνη του υπολογιστή μιας απειρίας σχημάτων που ανήκουν στην ίδια κλάση ισοδυναμίας (με κριτήριο ορισμένες ιδιότητές τους) δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να διατυπώσουν εικασίες τεκμηριωμένες με εμπειρικά δεδομένα γι' αυτές τις ιδιότητες. Μέσα από την πειραματική διαδικασία ο μαθητής αποκτά σιγουριά για το τι είναι αυτό που συμβαίνει και αποζητά πλέον τρόπους προκειμένου να το αποδείξει. Βεβαίως, απομένει να κατακτηθεί από το μαθητή η δυνατότητα της απόδειξης των εικασιών του. Οι μαθητές μέσα από τον πειραματισμό τους, παράλληλα με τις προσπάθειές τους για την ανάπτυξη μεθόδων απόδειξης, είναι δυνατόν να συνδυάσουν την επαγωγική και την παραγωγική μέθοδο στα πλαίσια της καλλιέργειας της γεωμετρικής τους λογικής.

3.2 Η σημασία των ενεργειών του ατόμου στη μάθησή του και το αλληλεπιδραστικό περιβάλλον Cabri – geometry II

Η μαθηματική γνώση δεν πρέπει να θεωρείται ότι περιορίζεται στη δυνατότητα ανάκλησης πληροφορίας από κάποιο αποθηκευτικό χώρο, όπως είναι η μνήμη του ατόμου, αλλά καλό είναι να συνδέεται με τη δυνατότητα κατασκευής νέων αποτελεσμάτων. Το τι θεωρείται, βέβαια, νέο εξαρτάται από εκείνον που το πραγματοποιεί. Για παράδειγμα, κάτι καινούριο που κατασκευάζεται από ένα μαθητή δεν είναι κατ' ανάγκη καινούριο και για τον καθηγητή του, κάποιον ενήλικα ή ερευνητή. Σύμφωνα με τον Piaget, η μαθηματική γνώση είναι περισσότερο λειτουργική παρά εικονική. Η λειτουργική πλευρά της σκέψης δεν προέρχεται από την αναφορά σε στατικές καταστάσεις αλλά από μετασχηματισμούς καταστάσεων, και κυρίως καταστάσεων όπου δημιουργείται κάτι καινούριο (Piaget, 1970b, σ. 14). Από αυτή την άποψη, η σημασία πρέπει να δίνεται στη διαδικασία και στην προσπάθεια κατασκευής αυτής της υποκειμενικής γνώσης και όχι μόνο στα αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας. Η πρώτη εμφάνιση της λειτουργικής σκέψης γίνεται μέσα από τις ενέργειες του ατόμου στα πλαίσια μιας δραστηριότητας που έχει ορισμένο στόχο. Τις ενέργειες του ατόμου ακολουθεί κάποια αφαιρετική απλή λειτουργία που απορρέει από τα αντικείμενα και μια αφαιρετική λειτουργία που προέρχεται από τον αναστοχασμό του ατόμου, σε συνδυασμούς των ενεργειών του (Piaget, 1970b, σ. 18). Με τη διαδικασία αυτή, δημιουργούνται οι γνωστικές λειτουργίες. Οι λειτουργίες αποτελούν ενέργειες που έχουν εσωτερικευτεί από το άτομο, είναι αντιστρέψιμες, έχουν κάτι το αμετάβλητο και αποτελούν μέρος ενός συστήματος λειτουργιών. Για τον Piaget (1970b, σ. 34) ένα σχήμα (scheme) αποτελείται από τα επαναλαμβανόμενα και γενικεύσιμα χαρακτηριστικά που προέκυψαν από τις ενέργειες του ατόμου.

Το Cabri – geometry II αποτελεί περιβάλλον το οποίο δεν παρουσιάζει πληροφορική γνώση στο μαθητή, αλλά του διαθέτει βασικά γεωμετρικά εργαλεία προκειμένου να κατασκευάζει ενεργητικά τη γνώση του. Οι ενέργειες του μαθητή αφορούν τη χρήση των διατιθέμενων εργαλείων για τη δημιουργία γεωμετρικών κατασκευών. Η χρήση αυτών των εργαλείων υπόκειται στους περιορισμούς και στις ελευθερίες που έχει δώσει ο σχεδιαστής του περιβάλλοντος. Επιπλέον, το είδος των γεωμετρικών κατασκευών επηρεάζεται από το είδος των εργαλείων που προσφέρονται.

Ο μικρόκοσμος Cabri – geometry II παρέχει στο μαθητή δυνατότητες υψηλής αλληλεπίδρασης, ενώ το σύνολο σχεδόν των ενεργειών του συνοδεύονται από εικονική ανατροφοδότηση ή από λεκτικά μηνύματα, ώστε να μην αισθάνεται χαμένος στο περιβάλ-

λον. Οι δυνατότητες αυτές μπορούν να δώσουν ευκαιρίες στο μαθητή για «δραστήρια» μάθηση (Clements, 1989). Στα παραδοσιακά αδρανή περιβάλλοντα, όπως το περιβάλλον χαρτί-μολύβι, ή στα φυσικά αντικείμενα ο μαθητής μπορεί να πραγματοποιήσει ενέργειες οι οποίες, όμως, δε συνδέονται με κάποια αποτελέσματα και, επιπλέον, βρίσκονται σε απόσταση από τις μαθηματικές τους σημασίες (Noss, Healy και Hoyles, 1997). Οι διαφορές ανάμεσα στα «αδρανή» και στα δυναμικά αλληλεπιδραστικά περιβάλλοντα ενεργοποιούν διαφορετικούς τρόπους σκέψης και, εξάλλου, σηματοδοτούν την αργή αλλά βαθιά ιστορική εξέλιξη που οδηγεί στο κατώφλι μιας νέας εκπαιδευτικής εποχής (Karut, 1994). Η πλήρης εκμετάλλευση των αυτοεκφραστικών ικανοτήτων των ηλεκτρονικών υπολογιστών παρέχει δυνατότητες σύνδεσης της εικονικής με τη συμβολική πληροφορία (Noss, Healy και Hoyles, 1997).

3.3 Η σημασία του αναστοχασμού στη μάθηση του ατόμου και το περιβάλλον εικονικής ανατροφοδότησης Cabri – geometry II

Η λειτουργική γνώση είναι αποτέλεσμα αναστοχασμού, ο οποίος, ενώ δεν είναι παρατηρήσιμος, έχει παρατηρήσιμα αποτελέσματα. Ως αναστοχασμός ορίζεται από τον Locke, όπως αναφέρει ο Von Glasersfeld (1987), η ικανότητα του νου να παρατηρεί τις λειτουργίες του. Ο αναστοχασμός είναι προαπαιτούμενο στάδιο της ερμηνευτικής διαδικασίας μιας κατάστασης που συνίσταται από εμπειρίες. Η ερμηνευτική διαδικασία στοχεύει στο να βοηθήσει το άτομο προκειμένου να απαντήσει τι έγινε και γιατί έγινε. Για την απάντηση σε αυτά τα ερωτήματα θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη οι περισσότερες από μία πιθανότητες ερμηνείας της εμπειρικής κατάστασης και θα πρέπει πολύ προσεκτικά και ορθολογιστικά να γίνεται η επιλογή της ερμηνευτικής διάστασης της εμπειρίας. Προκειμένου να είναι δυνατή η ερμηνευτική διαδικασία, θα πρέπει το άτομο να αναστοχαστεί σε όλο το εμπειρικό υλικό, αφού αυτό έχει ταξινομηθεί όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενη ενότητα.

Ο αναστοχασμός κατά τη διάρκεια της διαδικασίας της μάθησης είναι απαραίτητος στο μαθητή προκειμένου να ελέγχει ή να παρακολουθεί τη δραστηριότητα, να ξέρει τι κάνει και γιατί κάτι είναι σωστό, έτσι ώστε να τη φέρει σε πέρας. Επιπλέον, ο αναστοχασμός καθίσταται απαραίτητος και στο δάσκαλο, ο οποίος πρέπει να διερευνά, ώστε δυναμικά να προσδιορίζει το αφετηριακό εννοιολογικό σημείο στο οποίο βρίσκεται ο μαθητής, και να μελετά την εξεύρεση ευκαιριών, ώστε να δίνει δυνατότητες στο μαθητή να κατασκευάσει κάθε φορά μαθηματική γνώση.

Η διαδικασία του αναστοχασμού απαιτεί προσπάθεια, διότι στα μαθηματικά πολλές φορές χρειάζεται αφαιρετική διεργασία σε επίπεδα στα οποία ήδη έχει προηγηθεί αφαίρεση. Η επιτυχής προσπάθεια αναστοχασμού απαιτεί ισχυρό κίνητρο. Τέτοιο ισχυρό κίνητρο δεν αποτελεί η επιβράβευση της ορθότητας μιας προσπάθειας από τρίτους, π.χ. από τον καθηγητή, αλλά η ικανοποίηση που προέρχεται από τη δημιουργία εσωτερικού κινήτρου στο μαθητή.

Η εικονική ανατροφοδότηση των ενεργειών του ατόμου αποτελεί πολύ ισχυρό διδακτικό εργαλείο, διότι το βοηθά να αποκτά πλήρη επίγνωση της εμπειρίας του και να αναστοχάζεται με τέτοιον τρόπο, ώστε να μπορεί να κάνει υψηλού επιπέδου έλεγχο στις πράξεις του. Ο υπολογιστής ίσως είναι το μοναδικό μέσο το οποίο επιτρέπει στο μαθητή να κατασκευάσει γραφικές αναπαραστάσεις, να βλέπει τα αποτελέσματα των

κατασκευών του, να τα διαχειρίζεται και να τα τροποποιεί δημιουργώντας πιο εξυπνους και πολύπλοκους σχεδιασμούς. Η εικονική ανατροφοδότηση η οποία συνοδεύει το σύνολο σχεδόν των ενεργειών του μαθητή στο περιβάλλον Cabri – geometry II μπορεί να αποτελέσει πολύ αποδοτικό τρόπο εικονικής επικοινωνίας των μαθηματικών ιδεών των παιδιών. Η Sutherland (1995) υποστηρίζει ότι ένας λόγος που τα παιδιά δυσκολεύονται στο σχολείο είναι ότι δεν τους δίνεται η ευκαιρία να επικοινωνούν με εικονικό τρόπο τις μαθηματικές τους ιδέες.

Η Laborde (1992) επισημαίνει τη σημασία της αισθητηριακής αντίληψης στη λύση των γεωμετρικών προβλημάτων. Η αισθητηριακή αντίληψη και μόνον δε φτάνει για την επίλυση ενός γεωμετρικού προβλήματος. Στην περίπτωση του εκπαιδευτικού λογισμικού Cabri – geometry II, η εικονική ανατροφοδότηση, σε συνδυασμό με τη δυνατότητα μεταβολής του σχήματος στην οθόνη του υπολογιστή, διατηρώντας παράλληλα τις βασικές του ιδιότητες, διαμορφώνει ένα νέο είδος αισθητηριακής αντίληψης. Αυτή η ανατροφοδότηση δεν είναι μόνο αισθητηριακή, αλλά περιέχει και πληροφορία που μπορεί να βοηθήσει το μαθητή να ελέγξει την αλήθεια των υποθέσεων τις οποίες έκανε σχετικά με τις ιδιότητες του σχήματος όταν αυτό βρισκόταν σε μια αρχική κατάσταση. Αναφερόμενοι στο ρόλο της ανατροφοδότησης, οι Noss και Hoyles (1992) υποστηρίζουν ότι, ανάλογα με το είδος της (ποιοτική ή ποσοτική ανατροφοδότηση), βοηθά το μαθητή να πραγματοποιήσει ποιοτικούς ή ποσοτικούς ελέγχους στις στρατηγικές που αναπτύσσει.

3.4 Ο υποκειμενικός χαρακτήρας της γνώσης και η δυνατότητα έκφρασης των ιδιαιτεροτήτων των μαθητών στο περιβάλλον του Cabri – geometry II

Τα αποτελέσματα των εκπαιδευτικών ερευνών άρχισαν να υπονομεύουν τα θεμέλια του συμπεριφοριστικού μοντέλου μάθησης (Von Glasersfeld, 1987). Ο μύθος της απόλυτης αλήθειας για μια πραγματικότητα που έχει το ίδιο νόημα και την ίδια σημασία για όλους τους ανθρώπους φαίνεται να καταρρίπτεται. Οι μαθητές φαίνεται να μην καθρεφτίζουν τις πληροφορίες που τους παρέχονται μέσα από τις διδακτικές παρεμβάσεις, αλλά να τις επεξεργάζονται και να προκύπτουν διαφορετικά αποτελέσματα από τα προβλεπόμενα. Φαίνεται ότι κάθε μαθητής μέσα από τις δικές του γνωστικές λειτουργίες επεξεργάζεται τις πληροφορίες που του παρέχονται και, γι' αυτόν το λόγο, οι αντιλήψεις για τα διάφορα θέματα διαφέρουν από άνθρωπο σε άνθρωπο. Επιπλέον, οι μαθητές φαίνεται να μην έρχονται με άδεια κεφάλια στο σχολείο, ενώ πολλές μελέτες διερευνούν τις πρότερες αντιλήψεις τους, ώστε να βρεθούν οι κατάλληλες διαδικασίες για την τροποποίησή τους (Kember και Murphy, 1990).

Από τη θεωρία του σχήματος απορρέει ότι το παιδί δεν μπορεί να χαρακτηριστεί ως η μικρογραφία ενός ενήλικα. Οι αντιλήψεις δηλαδή των παιδιών δεν μπορούν να θεωρηθούν ως μη τελειοποιημένες αντιλήψεις των ενηλίκων. Αυτές οι αντιλήψεις έχουν κατασκευαστεί μέσα από διαφορετικές ενέργειες, σε διαφορετικές καταστάσεις και δραστηριότητες. Ο αισθησιοκινητικός αντιληπτικός κόσμος των παιδιών διαφέρει από τον κόσμο των ενηλίκων. Ο κόσμος αυτός είναι ο κόσμος που το παιδί έχτισε μέσα από τις εμπειρίες του (Piaget, 1970a, Von Glasersfeld, 1995, Confrey, 1995). Επιπλέον, οι λέξεις που χρησιμοποιούν τα παιδιά μπορεί να παρουσιάζονται ίδιες με τις λέξεις που χρησιμοποιούν οι ενήλικες, όμως «η νοητική διαδικασία η οποία παράγεται στο παιδί με τη βοήθεια της γλώσσας δε συμπίπτει με τις πράξεις που υλοποιούν τη νοητική δια-

δικασία του ενήλικου κατά την εκφορά της ίδιας λέξης» (Vygotsky, 1988, σ. 187). Ο διαφορετικός τρόπος με τον οποίο σκέφτονται τα παιδιά, όπως και η προσφορά της παιδικής εφευρετικότητας έχει αναγνωριστεί (Steffe και Kieren, 1994, Confrey, 1995). Η αναγνώριση αυτή έχει επίδραση στο ότι ολοένα και περισσότεροι ερευνητές διερευνούν τη μαθησιακή διαδικασία από την άποψη εκείνου που μαθαίνει (Marton, 1988, Von Glasersfeld, 1990, Cobb, 1991, Confrey, 1995) και όχι από μια *a priori* προσέγγιση του καθηγητή ή του ερευνητή για το πώς αναμένεται να συντελεστεί η μάθηση. Μετακινείται δηλαδή η έμφαση από τη διδασκαλία στη μάθηση. Η αναγνώριση του διαφορετικού τρόπου σκέψης των παιδιών επιδρά και στον τρόπο διδασκαλίας, καθώς ο δάσκαλος πρέπει να διαχωρίσει τα δικά του μαθηματικά από τα μαθηματικά του παιδιού. Επιπλέον, το μοντέλο του δασκάλου για τα μαθηματικά του παιδιού εκφράζει το πώς ο δάσκαλος μέσα από τις δικές του εμπειρίες ερμηνεύει τα μαθηματικά του παιδιού και όχι τα μαθηματικά που πράγματι το παιδί κατασκευάζει (Cobb και Steffe, 1983). Η αντιμετώπιση των ιδιαιτεροτήτων των μαθητών στη μάθηση αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα προβλήματα της μαθηματικής εκπαίδευσης, απασχολεί κάθε εκπαιδευτικό και, ουσιαστικά, παραμένει ένα ανοικτό ζήτημα, το οποίο δεν αντιμετωπίζεται στην καθημερινή τάξη. Συνήθως, οι εκπαιδευτικοί επαναλαμβάνουν ή απλοποιούν αυτό που θέλουν να διδάξουν, ενώ τρέχουν να φέρουν σε πέρας την ύλη που προβλέπει το εκάστοτε αναλυτικό πρόγραμμα.

Η ποικιλία των εργαλείων τα οποία παρέχονται στο μαθητή από το περιβάλλον Cabri – geometry II τού δίνουν την ευκαιρία να κατασκευάσει τις δικές του στρατηγικές επίλυσης, σύμφωνα με τις ιδιαιτερότητές του στη μάθηση. Βέβαια, οι στρατηγικές αυτές επηρεάζονται από τη διαθεσιμότητα και τον τρόπο υλοποίησης των εργαλείων στο περιβάλλον, το οποίο όμως είναι αρκετά ανοικτό ώστε να επιτρέπει πολλαπλές στρατηγικές επίλυσης. Επιπλέον, η δυνατότητα μελέτης πολλαπλών μορφών αναπαραστάσεων μιας έννοιας μέσα από εικονικά ή αριθμητικά δεδομένα ή γραφικές αναπαραστάσεις δίνει ευκαιρίες στους μαθητές να εκφράσουν τις ιδιαιτερότητές τους στη μάθηση.

3.5 Ο ρόλος των εργαλείων στη νοητική εξέλιξη του μαθητή και η διάθεση εργαλείων στο περιβάλλον Cabri – geometry II

Η σημασία των ψυχολογικών εργαλείων στην τροποποίηση της ανθρώπινης συμπεριφοράς έχει αντιστοιχηθεί με την επίδραση των εργαλείων στην τροποποίηση της εργασίας των ανθρώπων (Vygotsky, 1978, σ. 7). Ως ψυχολογικά εργαλεία θεωρούνται τα σημειολογικά συστήματα, όπως η γλώσσα, η γραφή, τα συστήματα αρίθμησης και, γενικότερα, τα αναπαραστασιακά συστήματα. Υποστηρίζεται (Vygotsky, 1978) ότι τα σημειολογικά συστήματα δημιουργούνται από τις κοινωνίες στη διάρκεια της ανθρώπινης ιστορίας και αλλάζουν τη μορφή τους και το επίπεδο της πολιτιστικής τους ανάπτυξης. Οι ενέργειες των παιδιών πριν από την εμφάνιση της γλώσσας και των σημείων ήταν συγκρίσιμες με αυτές των πιθήκων. Από τη στιγμή που η γλώσσα και τα σημεία επέδρασαν σε κάθε δραστηριότητα, η ενέργεια μετατράπηκε και οργανώθηκε ολοκληρωτικά πάνω σε νέες γραμμές.

Ο Vygotsky (1978) τοποθετεί την πηγή των υψηλών νοητικών διεργασιών του παιδιού στο διαψυχολογικό χώρο της πολιτισμικής επίδρασης. Θεωρεί ότι ο πολιτισμός δημιουργεί τίποτα, απλώς τροποποιεί τα φυσικά δεδομένα ως αποτέλεσμα της εσωτερίκευσης της κοινωνικοπολιτισμικής εμπειρίας. Σύμφωνα με τον Vygotsky (1978), οι

υψηλές νοητικές διεργασίες του παιδιού εξελίσσονται από το διαπροσωπικό στο προσωπικό επίπεδο με τη διαδικασία της εσωτερίκευσης.

Ο Vygotsky (1978) τοποθετεί σημεία (signs) στην κοινωνική ζωή και στην αλληλεπίδραση των ανθρώπων. Η εισαγωγή των σημείων και των συμβόλων και η χρήση τους ως διαμεσολαβητών (mediators) στην κοινωνικοπολιτισμική συμμετοχή δίνει στους δασκάλους παραγωγικούς τρόπους ώστε να κατανοήσουν το ενδιαφέρον της μίμησης, της πράξης, της χειρονομίας και την επίδρασή τους στην κατασκευή της γνώσης. Επιπλέον, παρέχει τη δυνατότητα να αντιμετωπιστεί η διδασκαλία ως προϊόν κοινωνικής διαπραγμάτευσης των απόψεων (Steffe, 1990, Confrey, 1990, Maher και Davis, 1990). Προσφέρει, επίσης, μια ενδιαφέρουσα θεώρηση για τους υπολογιστές, οι οποίοι είναι εργαλεία, όπως τα σφυριά και τα ψαλίδια, όμως επιπλέον μπορούν να αναπαριστούν συμβολικά συστήματα, και επομένως μεταφέρουν ψυχολογικά σημεία (Confrey, 1995, Noss και Hoyles, 1996, Sutherland, 1995). Έτσι, δημιουργείται η ανάγκη να ιδωθούν ως διαμεσολαβητές της κοινωνικοπολιτισμικής συμμετοχής στη διαδικασία της μάθησης.

Η θεωρία του Vygotsky (1978) στηρίχτηκε στις θεωρίες των Μαρξ και Ένγκελς για τον καθορισμό της ανθρώπινης εργασίας από τη χρήση των εργαλείων εργασίας και την τροποποίηση της φύσης από την ανθρώπινη παραγωγή. Σύμφωνα με τον Μαρξ, οι ιστορικές αλλαγές στην κοινωνία και στην υλική ζωή παράγουν αλλαγές και στην ανθρώπινη φύση. Ο Vygotsky χρησιμοποίησε δημιουργικά τις απόψεις του Ένγκελς για τη χρήση των εργαλείων στην αλλαγή της φύσης αλλά και των ανθρώπων. Σύμφωνα με τον Ένγκελς, η εξειδίκευση της χειρωνακτικής εργασίας –κάτι που υπονοεί τη χρήση των εργαλείων– τροποποιεί τη φύση του ανθρώπου. Ο Vygotsky (1978) επέκτεινε την έννοια της διαμεσολάβησης, στην αλληλεπίδραση του ανθρώπου με το περιβάλλον του, με τη χρήση των σημείων (signs) ως εργαλείων.

Η διάθεση εργαλείων μέτρησης και σχεδίασης στο μαθητή μπορεί να τον βοηθήσει να κάνει γενικεύσεις, να εξαγάγει συμπεράσματα, να πραγματοποιήσει συγκρίσεις μεταξύ των διαισθητικών του υποθέσεων και των αποτελεσμάτων που προέρχονται από μετρήσεις, όπως και να αναπτύξει το αίσθημα της ανάγκης για αιτιολόγηση (Hadas και Arcavi, 1997). Επιπλέον, η δυνατότητα διάθεσης μιας ποικιλίας εργαλείων, όπως και αναπαραστάσεων δίνει την ευκαιρία για εξατομικευμένη μάθηση, επειδή επιτρέπει στο μαθητή να εργαστεί ανάλογα με τις δυνατότητες και τις ανάγκες του (Clements, 1989). Ο τρόπος υλοποίησης των ενεργειών που μπορεί να πραγματοποιήσει ο μαθητής σε περιβάλλον εκπαιδευτικού λογισμικού περιορίζει, αλλά και υποστηρίζει το μαθητή στην προσπάθεια επίλυσης ενός προβλήματος, με αποτέλεσμα να επιδρά στη διαμόρφωση των στρατηγικών επίλυσης που κατασκευάζει (Laborde, 1992). Ο Cobb (1997, σ. 170) για το ρόλο των εργαλείων αναφέρει: «Η χρήση των εργαλείων είναι κεντρική για το μαθητή στη διαδικασία μαθηματοποίησης της δραστηριότητάς του». Σύμφωνα με την Jones (1997), τα εργαλεία διαμεσολαβούν μεταξύ του μαθητή και της μαθηματικής έννοιας. Συγκεκριμένα, αναφέρεται:

- Τα εργαλεία αποτελούν συσκευές προσπέλασης στη γνώση άλλων ατόμων.
- Η κατανόηση συνδέεται με το είδος των εργαλείων που χρησιμοποιούνται σε μια πρακτική.
- Τα εργαλεία δεν εξυπηρετούν απλώς τις νοητικές διεργασίες, αλλά τις διαμορφώνουν και τις τροποποιούν.

- Τα εργαλεία διαμεσολαβούν και επηρεάζουν καθοριστικά τις ενέργειες του χρήστη.
- Η δραστηριότητα, τα εργαλεία, οι ενέργειες των ατόμων αλληλοσυνδέονται μέσω των διαμεσολαβητικών νοημάτων και των ατόμων που τα χρησιμοποιούν με ένα μοναδικό τρόπο σε συγκεκριμένες περιπτώσεις.

Η επίδραση της διαφοροποίησης των εργαλείων στη διαφοροποίηση των τρόπων αντιμετώπισης των δραστηριοτήτων από τους μαθητές έχει αναλυθεί (Laborde, 1993). Πιο γενικά μιλώντας, οι Borba και Confrey (1996) αναφέρουν ότι οι προσεγγίσεις των μαθητών αλλάζουν συνεχώς ως αποτέλεσμα των πόρων που τους διατίθενται. Οι Noss και Hoyles (1992) αναφέρουν ότι τα εργαλεία δεν είναι ανεξάρτητα από το πλαίσιο συμφραζομένων στο οποίο εντάσσονται, και επομένως οι μαθητές δεν είναι τόσο ελεύθεροι στην επιλογή τους, αλλά επηρεάζονται από το γενικότερο αυτό πλαίσιο.

Το περιβάλλον Cabri – geometry II διαθέτει στο μαθητή ποικιλία εργαλείων με τα οποία μπορεί να πραγματοποιήσει γεωμετρικές κατασκευές. Τα εργαλεία όμως αυτά έχουν σχεδιαστεί ώστε να απεικονίζουν με γραφικό τρόπο στην οθόνη του υπολογιστή γεωμετρικές έννοιες. Επιπλέον, τα σχήματα τα οποία κατασκευάζονται στην οθόνη του υπολογιστή αποτελούν υπολογιστικά αντικείμενα. Αυτό σημαίνει ότι οι ιδιότητές τους διατηρούνται, ενώ η εικονική μορφή τους μπορεί να μεταβάλλεται ύστερα από «άμεση διαχείρισή» τους στην οθόνη του υπολογιστή. Για τους παραπάνω λόγους τα εργαλεία τα οποία περιλαμβάνονται στη διεπιφάνεια του περιβάλλοντος Cabri – geometry II, όπως και τα υπολογιστικά αντικείμενα – γεωμετρικά σχήματα τα οποία σχεδιάζονται διαμεσολαβούν μεταξύ των γεωμετρικών εννοιών τις οποίες ενσαρκώνουν και του μαθητή, κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασής του με το πρόγραμμα.

3.6 Ο ρόλος των εξωτερικών αναπαραστάσεων στην ανάπτυξη της γεωμετρικής λογικής και οι δυναμικές αναπαραστάσεις γεωμετρικών εννοιών στο περιβάλλον Cabri – geometry II

Τα μαθηματικά, από τη φύση τους, συνδέονται με συνεχή τρόπο με τις αναπαραστάσεις (Kaput, 1987). Υπάρχει ποικιλία αναπαραστάσεων που χρησιμοποιούνται στα μαθηματικά, όπως τα γεωμετρικά σχήματα, τα διαγράμματα του Venn, τα δένδροειδή διαγράμματα, οι πίνακες, οι γραφικές παραστάσεις σε καρτεσιανές συντεταγμένες κ.ά. Για τους μαθηματικούς αυτές οι αναπαραστάσεις αποτελούν εργαλεία που τους βοηθούν να εκφράσουν αυτές τις έννοιες. Για το μαθητή εκφράζεται η ελπίδα ότι θα του χρησιμεύσουν ως κατάλληλα μαθηματικά εργαλεία προκειμένου να αντιμετωπίσει ένα μαθηματικό πρόβλημα (Dyfour-Janvier, Bednarz και Belanger, 1987). Η σημασία του πειραματισμού με υλικά και αναπαραστάσεις έχει υπογραμμιστεί από την άποψη ότι δίνει τη δυνατότητα της διερεύνησης βασικών μαθηματικών σχέσεων που υπάρχουν στη γεωμετρία (Bishop, 1983, σ. 175). Αναπαραστάσεις επίσης χρησιμοποιούνται στα σχολικά βιβλία, και κανείς δεν αμφιβάλλει ότι η χρήση των συμβολισμών στη μαθηματική σκέψη είναι απαραίτητη. Τα μαθηματικά, επιπλέον, έχουν έναν αναπαραστασιακό χαρακτήρα σε αφαιρετικό επίπεδο και πρέπει κανείς να μελετήσει τις ψυχολογικές έννοιες που υπονοούνται μέσα από αυτές τις αναπαραστάσεις (Kaput, 1987).

Επιπλέον, οι αναπαραστάσεις ενδείκνυνται στο να κάνουν τα μαθηματικά πιο γοητευτικά και ενδιαφέροντα (Dyfour-Janvier, Bednarz και Belanger, 1987). Σύμφωνα με

τους Noss και Hoyles (1996), οι αναπαραστάσεις αποτελούν κεντρικό στοιχείο για την κατασκευή σημασιών. Οι ίδιοι ερευνητές υποστηρίζουν πως οι αναπαραστάσεις δομούν και δομούνται από το πλαίσιο συμφραζομένων. Οι αναπαραστάσεις, επίσης, είναι δυνατόν να αποτελούν τα πεδία πρώτης αναφοράς των δράσεων του παιδιού προκειμένου να οικοδομήσει βασικές έννοιες (Karut, 1987).

Οι Lesh, Mehr και Post, (1987) διαχώρισαν τα αναπαραστατικά συστήματα σε «διαφανή» και «αδιαφανή». Στα «διαφανή» αναπαραστατικά συστήματα τίποτε περισσότερο ή λιγότερο δεν υπονοείται πέρα από τις ιδέες ή τις δομές που αναπαριστώνται. Στα «αδιαφανή» αναπαραστατικά συστήματα δίνεται έμφαση σε ορισμένες έννοιες ή δομές, ενώ κάποιες άλλες δε φωτίζονται, αλλά βρίσκονται κρυμμένες πίσω από άλλες. Στις έρευνες που πραγματοποίησαν οι παραπάνω ερευνητές είχαν πολύ ενδιαφέρον τα αδιαφανή αναπαραστασιακά συστήματα. Γενικότερα, οι ίδιοι ερευνητές διατύπωσαν το συμπέρασμα ότι οι μεταβάσεις και οι μετασχηματισμοί μεταξύ αναπαραστατικών συστημάτων αλλά και μέσα στο ίδιο αναπαραστατικό σύστημα αποκτούν ενδιαφέρον για την απόκτηση και τη χρήση μαθηματικών ιδεών. Σύμφωνα με τον Janvier (1987), η ιδανική μέθοδος για τη μάθηση των μαθηματικών θα ήταν η χρήση διαφορετικών αναπαραστάσεων του ίδιου αντικειμένου. Στην περίπτωση των διαφορετικών αναπαραστάσεων της ίδιας έννοιας, θα πρέπει ο μαθητής να είναι σε θέση να συνειδητοποιήσει τις κοινές ιδιότητες της έννοιας, εκφρασμένες στις διαφορετικές αναπαραστάσεις, και να εξαγάγει τη δομή της. Θα πρέπει, επίσης, να διερευνά τη γνώση που αποκτά σε διαφορετικά πλαίσια συμφραζομένων της ίδιας έννοιας.

Από τις Dettori και Lemut (1995) αναφέρεται ότι οι διαφορετικές αναπαραστάσεις μέσα από ένα περιβάλλον υπερμέσων διέγειραν τις αναπαραστασιακές ικανότητες των παιδιών, τους έδωσαν δυνατότητες διαφορετικής αφετηρίας, όπως επίσης τους έδωσαν τη δυνατότητα για αναστοχασμό πάνω σε αυτές. Επιπλέον, υποστηρίζεται ότι η εννοιολογική κατανόηση απορρέει από τη δημιουργία συνδέσεων μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων (Noss και Hoyles, 1996), ενώ η χρήση νέων μορφών αναπαραστάσεων αλλάζει το είδος των μαθηματικών που διδάσκονται (Borba και Confrey, 1996). Η επιλογή των αναπαραστάσεων που χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό και στην υλοποίηση περιβαλλόντων μάθησης σε υπολογιστή παίζουν σημαντικό ρόλο στη διαφοροποίηση των στρατηγικών που αναπτύσσουν οι μαθητές στα προβλήματα που τους τίθενται.

Η φυσική γλώσσα και οι εικόνες είναι τα «περιβάλλοντα» συμβολικά συστήματα και υποστηρίζεται (Karut, 1987b) ότι πολλές δυσκολίες των παιδιών ως προς τα μαθηματικά οφείλονται στο ότι χάνουν τη συνέχεια μεταξύ των φυσικών και των συνθετικών συμβολικών συστημάτων. Συχνά, όμως, στα παιδιά δε δίνεται η ευκαιρία να εκφραστούν με τη φυσική γλώσσα ή με σχέδια. Μέσα από τις πολλαπλές αναπαραστάσεις της ίδιας έννοιας ο μαθητής μπορεί να βρει την κατάλληλη γι' αυτόν, προκειμένου να ανταποκριθεί σε κάποιο καθήκον που του ανατίθεται (Dyfour-Janvier, Bednarz και Belanger, 1987).

Οι εξωτερικές αναπαραστάσεις δε θα πρέπει να εισάγονται πρόωρα στα παιδιά. Επιπλέον, οι αναπαραστάσεις αυτές θα πρέπει να βρίσκονται κοντά στις εσωτερικές

αναπαραστάσεις των παιδιών. Πολλές φορές, η χρήση αναπαραστάσεων που είναι πολύ αφαιρετικές και χρησιμοποιούν σύμβολα και κανόνες δε φέρουν κάποιο νόημα για τα παιδιά. Τότε τα μαθηματικά αποκόβονται από κάποιο νόημα και χρησιμοποιούνται ως μια τυπική γλώσσα. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η χρήση τέτοιων αναπαραστάσεων μπορεί να έχει αρνητική επίδραση στη μάθηση των μαθηματικών (Dyfour-Janvier, Bednarz και Belanger, 1987).

3.7 Η σχέση των σχημάτων και των εννοιών στην ανάπτυξη γεωμετρικής λογικής

Η γεωμετρία είναι εύκολη και ταυτόχρονα δύσκολη. Εύκολη διότι κάποιος μπορεί να «δει» ό,τι λέει αλλά και δύσκολη διότι, προκειμένου να λύσει κάποιος με επιτυχία ένα πρόβλημα, πρέπει να έχει ιδιαίτερη εξυπνάδα –αυτό που λέμε γεωμετρική διαίσθηση–, δηλαδή να μπορεί να βλέπει κάτι που οι άλλοι δεν μπορούν να δουν (Mariotti, 1995). Το ρήμα «βλέπω» χρησιμοποιείται με διπλή σημασία –του εξωτερικού αισθητηρίου και της εσωτερικής εικονικής αναπαράστασης–, που συχνά μπερδεύει τα δύο γεγονότα και τις σχέσεις τους (Mariotti, 1995). Η Mariotti (1995) υποστηρίζει ότι στη γεωμετρία η εικόνα και η έννοια της είναι πολύ κοντά, δηλαδή οι εσωτερικές και οι εξωτερικές αναπαραστάσεις της έννοιας πλησιάζουν. Αναφέρεται, επίσης, ότι χωρίς νοερή απεικόνιση των στοιχείων μιας έννοιας και παραδειγμάτων της δεν μπορούμε να διαμορφώσουμε την εικόνα μιας έννοιας (Herskovitz, 1990). Γενικά μιλώντας, η νοερή εικόνα που σχετίζεται με τη γεωμετρική έννοια μπορεί να είναι πολύ κοντά με τη νοερή εικόνα ενός συγκεκριμένου αντικειμένου.

Από μια ψυχολογική θεώρηση, οι γεωμετρικές έννοιες διατηρούν μια εικονική πλευρά, η ύπαρξη της οποίας συνδέεται με το ότι η προέλευσή τους είναι ο χώρος. Είναι δύσκολο να διαχωριστεί το εικονικό και εννοιολογικό μέρος όσον αφορά την ανάπτυξη της γεωμετρικής λογικής. Η γεωμετρική λογική πρέπει να ερμηνεύεται από μια διαλεκτική διεργασία μεταξύ των εικονικών και εννοιολογικών πλευρών της (Mariotti, 1995).

Εάν είναι σωστό το ότι υπάρχει στενή σχέση ανάμεσα στις εικόνες και στις έννοιες, τότε είναι λογικό να υποθέσουμε ότι υπάρχει βαθιά επίδραση των εξωτερικών εικόνων ή των σχεδίων στις εσωτερικές διεργασίες (Mariotti, 1995). Η γενική ιδέα, σύμφωνα με την ίδια ερευνήτρια, είναι ότι οι εξωτερικές εικόνες αλληλεπιδρούν με τις εσωτερικές, οι οποίες μπορεί να ερμηνεύονται σε εικονικές έννοιες με τον ακόλουθο τρόπο: Οι εξωτερικές εικόνες παρέχουν αισθητική παρότρυνση για τις εικονικές έννοιες. Η βασική ερώτηση αφορά την επίδραση των εξωτερικών εικόνων στη διαλεκτική μια σχέση του εικονικού με το εννοιολογικό μέρος. Υπάρχει μια σχέση μεταξύ της διαδικασίας επίλυσης και του σχεδιαγράμματος που συνοδεύει τις νοητικές διεργασίες και σχέση μεταξύ της ανάπτυξης γεωμετρικής λογικής και των εικόνων που σχεδιάζονται στην οθόνη του υπολογιστή. Στο περιβάλλον χαρτί-μολύβι υπάρχει συμφωνία για τη χρησιμότητα της σχεδίασης στην ανάπτυξη της γεωμετρικής λογικής. Δεν έχει κατακτηθεί πολλή γνώση για την αλληλεπίδρασή τους. Το ερώτημα είναι πώς οι νοητικές διεργασίες της επίλυσης επηρεάζονται από τη χρήση εικονικής βοήθειας, ειδικά στο χώρο της γεωμετρίας.

Τα σχήματα στη γεωμετρία έχουν σύνθετο ρόλο στην παρουσίαση της γεωμετρικής γνώσης. Τα θεωρητικά και τα αισθητηριακά στοιχεία του σχήματος αλληλοσυνδέο-

νται. Κάτω από αυτή τη θεώρηση, τα σχήματα αποτελούν ένα είδος «εικονικών εννοιών» (figural concepts, Fischbein, 1993, σ. 139). Η ικανότητα αναγνώρισης της εικονικής πληροφορίας που περιέχουν τα σχήματα, όπως και η ικανότητα της εικονικής επεξεργασίας τους έχει υπογραμμιστεί και από τον Bishop (1983, σ. 184). Ο Parzysz (1988) προχώρησε σε ένα διαχωρισμό ανάμεσα στο σχήμα και στο σχέδιο. Το σχέδιο αποτελεί εικονική έκφραση σε κάποιο μέσο νοητικής εικόνας. Το σχήμα δεν αποτελεί απλώς ένα συγκεκριμένο αντικείμενο-εικόνα, αλλά αποτελεί εκπρόσωπο μιας κλάσης άπειρων αντικειμένων που έχουν κάποιες κοινές ιδιότητες σαφώς ορισμένες (Laborde, 1992). Η Mariotti (1995) υποστηρίζει ότι η γεωμετρία είναι χώρος όπου οι εικόνες και οι έννοιες πρέπει να βρίσκονται σε αλληλεπίδραση. Επίσης, είναι ένας χώρος για νοητικούς πειραματισμούς εικόνας-λογικής. Γενικότερα, πιστεύει ότι η αλληλεπίδραση ανάμεσα στις εικόνες και στις έννοιες αποκτούν ενδιαφέρον σε όλη τη διαδικασία ανάπτυξης της μαθηματικής λογικής.

Η γεωμετρία στηρίζεται σε αυτή την αλληλεπίδραση χρησιμοποιώντας τις αισθήσεις ως διαμεσολαβητές μεταξύ συμβόλων (σχημάτων) και εννοιών (Strasser και Carponi, 1991). Οι δυνατότητες των ηλεκτρονικών υπολογιστών για πολλαπλότητα εικονικής αναπαράστασης του ίδιου σχήματος έχουν αξιοποιηθεί στην ανάπτυξη εκπαιδευτικού λογισμικού. Οι εικόνες που δημιουργούνται με τη βοήθεια των μικρόκοσμων δεν είναι φτωχές αναπαράστασεις αισθητηριακού επιπέδου, γιατί έχουν δική τους, εσωτερική λογική, που εξαρτάται από τη διαδικασία που τις παράγει και τις εμφανίζει στην οθόνη του υπολογιστή. Η λογική της μηχανής γίνεται λογική της σχεδίασης. Για να δουλέψει κάποιος παραγωγικά με τα σχήματα αυτά, πρέπει προηγουμένως να καταλάβει και να μπορεί να διαχειριστεί αυτή τη λογική. Ο διαμεσολαβητικός ρόλος των σχεδίων αυτών του υπολογιστή διαφοροποιείται ανάλογα με το πώς παράγονται οι εικόνες, ανάλογα με τη συνεισφορά της αισθητηριακής και της εννοιολογικής διάστασης και της αλληλεπίδρασης μεταξύ τους. Ένα εκπαιδευτικό λογισμικό, όπως, για παράδειγμα, το Cabri – geometry II, βοηθά στην ανάπτυξη της αλληλεπίδρασης μεταξύ του εικονικού και του εννοιολογικού μέρους της γεωμετρικής λογικής. Η αλληλεπίδραση με το μηχανήμα διαμεσολαβείται μέσα από τις εντολές που βρίσκονται στο περιβάλλον διεπαφής του λογισμικού, οι οποίες κάθε φορά αντανακλούν ένα σκοπό εννοιολογικό και ταυτόχρονα αισθητηριακό. Το σχήμα στην οθόνη του υπολογιστή παριστά μόνο το ένα μέρος της φύσης του. Η εσωτερική λογική με την οποία ένα σχήμα κατασκευάστηκε δεν εμφανίζεται άμεσα αλλά μόνον όταν ένα στοιχείο του μετακινείται. Με τη λειτουργία του συρσίματος γίνεται μετακίνηση ενός στοιχείου της εικόνας, ενώ όλες οι υπονοούμενες γεωμετρικές σχέσεις παραμένουν αμετάβλητες. Έτσι, η εικόνα φαίνεται διαφορετική, αλλά οι γεωμετρικές της ιδιότητες διατηρούνται. Η ανάγκη αξιολόγησης αυτής της διεργασίας μάς αναγκάζει να φανερώσουμε τις κρυμμένες γεωμετρικές σχέσεις.

3.8 Το εκπαιδευτικό λογισμικό ως ένα πολύ σημαντικό στοιχείο του πλαισίου συμφραζομένων στο οποίο συντελείται η μάθηση

Η επίδραση του πλαισίου συμφραζομένων στις ενέργειες των μαθητών ή στις στρατηγικές επίλυσης που αναπτύσσουν, προκειμένου να αντιμετωπίσουν τα προβλήματα που τους τίθενται, έχει αναφερθεί από αρκετούς ερευνητές στο χώρο της εκπαίδευσης γενικότερα, όπως και, ειδικότερα, της μαθηματικής εκπαίδευσης (Lave, 1988, Noss και Hoyles, 1992, Kordaki και Potari, 1999, Laborde, 1993). Ένα πλαίσιο συμφραζο-

μένων μπορεί να βοηθήσει το άτομο να τροποποιήσει τις έννοιες που έχει συλλέξει για κάποιο θέμα; Σύμφωνα με τον Von Glasersfeld (1987), οι ανθρώπινοι οργανισμοί ζουν σε έναν κόσμο που περιλαμβάνει περιορισμούς γι' αυτούς. Στο γνωστικό επίπεδο, επίσης, έρχονται σε αλληλεπίδραση με τη γνώση άλλων ανθρώπων. Προκειμένου να αποφεύγουν τις συγκρούσεις με τους περιορισμούς του περιβάλλοντός τους, προσπαθούν να κατανοήσουν την εμπειρία τους. Έτσι, ενεργητικά αναγκάζονται να τροποποιήσουν τους τρόπους και τα νοήματά τους, ώστε να επιτυγχάνουν μεγαλύτερη βιωσιμότητα.

Οι Noss και Hoyles (1992), όταν αναφέρονται σε περιβάλλον λογισμικού, ως πλαίσιο συμφραζομένων συμπεριλαμβάνουν το μαθητή, το δάσκαλο, τις αλληλεπιδράσεις δασκάλου - μαθητή, όπως και τη δραστηριότητα την οποία οι μαθητές καλούνται να φέρουν σε πέρας. Οι ίδιοι ερευνητές έδωσαν έμφαση στη διερεύνηση της επίδρασης του λογισμικού ως του «πολύ σημαντικού μέσου» (very medium), στο οποίο απέδωσαν κεντρικό, καθολικό και διαπεραστικό ρόλο στη διαδικασία της μάθησης. Οι προσεγγίσεις που ανέπτυξαν οι μαθητές ενεργώντας σε πλαίσιο συμφραζομένων που περιλάμβανε και κάποιο περιβάλλον λογισμικού φάνηκε ότι ήταν επηρεασμένες από αυτό το πλαίσιο (Hoyles και Noss, 1989). Η αλληλεπίδραση με το περιβάλλον του υπολογιστή καθοδηγούσε το μαθητή να επικεντρωθεί στα βασικά σημεία των εννοιών βοηθούσε τους μαθητές να ξεκαθαρίσουν τις σχέσεις μεταξύ των εννοιών που εμπεριέχονταν στο περιβάλλον. Επιπλέον, η τυποποίηση των σχέσεων μεταξύ των εννοιών η οποία απαιτείται από ένα υπολογιστικό περιβάλλον επέδρασε καταλυτικά στην περαιτέρω ανάπτυξη των στρατηγικών των μαθητών. Από μια ευρύτερη οπτική, το περιβάλλον του υπολογιστή έδωσε την ευκαιρία στους μαθητές να διαμορφώσουν σχέσεις μεταξύ τυπικών και μη τυπικών μαθηματικών (Noss, 1988), όπως και να κάνουν γενικεύσεις μέσα από τις ειδικές περιπτώσεις (Hoyles και Noss, 1989). Οι ίδιοι ερευνητές υποστήριξαν ότι το περιβάλλον του υπολογιστή μπορεί να παίξει το ρόλο «σκαλωσιάς» (scaffolding) και, επίσης, να λειτουργήσει υποστηρικτικά στην ανάπτυξη της μαθηματικής δραστηριότητας των μαθητών. Οι Borba και Confrey (1996) μιλούν για «διαμόρφωση σχέσης» μεταξύ του μαθητή και των σχεδιαστών του λογισμικού, αφενός διά της μεσολάβησης του λογισμικού στις ενέργειες του μαθητή και αφετέρου μέσα από τη διεύρυνση των δυνατοτήτων του περιβάλλοντος από το μαθητή.

3.9 Η μάθηση και ο διερευνητικός χαρακτήρας των δραστηριοτήτων στο περιβάλλον Cabri – geometry II

Η δραστηριότητα την οποία καλούνται οι μαθητές να ολοκληρώσουν παρέχει το κίνητρο γι' αυτούς και μέσα στα πλαίσιά της πραγματοποιούνται και κατανοούνται οι ενέργειές τους, οι οποίες αποκτούν συγκεκριμένο στόχο. Η δραστηριότητα, επίσης, καθορίζει την επιλογή των ενεργειών των μαθητών και τη σύνθεσή τους, καθώς και τις σημασίες που αποδίδουν σε αυτές τις ενέργειες. Τα μαθηματικά εντάσσονται στο πλαίσιο μιας δραστηριότητας και υπηρετούν τις ανάγκες της χωρίς να αποτελούν ένα αυτόνομο μέρος για αναστοχασμό. Οι σημασίες που αποδίδονται στα μαθηματικά απορρέουν από την ανάγκη επίτευξης κάποιου σκοπού ή της επίλυσης κάποιου προβλήματος. Η δραστηριότητα απαρτίζεται από διαφορετικά στοιχεία, τα οποία αποτελούν μια σύνθεση, όπως γλωσσικά, φυσικά, μαθηματικά, κοινωνικά, και γενικότερα αποτελεί ένα δυναμικό όλο. Η δραστηριότητα δε θα πρέπει να ενεργοποιεί μόνον τους μηχανισμούς ανάκλησης πληροφορίας στη μνήμη του μαθητή προκειμένου να αναπαραγάγει κάτι που διδάχτηκε από το δάσκαλο. Θα πρέπει να δίνει στους

μαθητές δυνατότητες να διερευνήσουν και να αποκτήσουν εμπειρίες, με στόχο να κατασκευάσουν κάτι νέο γι αυτούς έτσι ώστε να αναπτύξουν τη λειτουργική τους γνώση. Επιπλέον, η δραστηριότητα θα πρέπει να προκαλεί τους μαθητές να αναπτύξουν υψηλού επιπέδου νοητικές λειτουργίες, δηλαδή να διατυπώνουν υποθέσεις, να αναπτύσσουν την αναλυτική-σύνθετη σκέψη τους και να προχωρούν στον έλεγχο και στη βελτίωση των υποθέσεών τους. Οι ανοικτές δραστηριότητες και η δυνατότητα επίλυσής τους με πολλαπλούς τρόπους αποτελεί, επίσης, ένα σημαντικό σημείο, το οποίο επιτρέπει στους μαθητές να εκδηλώσουν τις ιδιαιτερότητές τους στη μάθηση. Επιπλέον, η ανάγκη επίλυσης ενός προβλήματος με όλους τους δυνατούς τρόπους δίνει στους μαθητές ευκαιρίες ώστε να εξωτερικεύσουν τις εσωτερικές, ατομικές διαφορές τους στη μάθηση. Οι διαφορές αυτές είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης των ατόμων σε πολλαπλά πλαίσια συμφραζομένων. Πολλές φορές, οι διαφορετικές επιλύσεις ενός προβλήματος μπορεί να αλληλοσυγκρούονται, έτσι η έκφρασή τους μέσα από κάποια δραστηριότητα οδηγεί στο ξεκαθάρισμά τους.

Οι δραστηριότητες στο περιβάλλον Cabri – geometry II έχουν διπλά διερευνητικό χαρακτήρα. Από τη μία πλευρά, οι μαθητές μπορούν να διερευνήσουν προτού να διατυπώσουν εικασίες για το τι είναι δυνατόν να συμβαίνει σε μια γεωμετρική κατασκευή-υπολογιστικό αντικείμενο, η οποία μεταβάλλεται δυναμικά μέσω της άμεσης διαχείρισής της (direct manipulatin) με το ποντίκι στην οθόνη του υπολογιστή. Από την άλλη πλευρά, οι μαθητές μπορούν να διερευνήσουν τις δυνατότητες δημιουργίας στρατηγικών ή και διαφορετικών στρατηγικών πραγματοποίησης γεωμετρικών κατασκευών, με την ευρεία έννοια του όρου.

3.10 Τι αλλάζει στο περιβάλλον της τάξης με τη χρήση ανοικτών υπολογιστικών περιβαλλόντων μάθησης όπως το Cabri – geometry II

Οι συνθήκες υποδομής

Γενικότερα, με τη χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού το τοπίο του σχολείου αλλάζει. Δημιουργείται η αναγκαιότητα κατάλληλης υποδομής σε κάθε σχολείο της χώρας, με τη δημιουργία εργαστηρίου υπολογιστών, τη σύνδεση με το Διαδίκτυο, καθώς και την αγορά ειδικού εκπαιδευτικού λογισμικού για το μάθημα των Μαθηματικών. Επιπλέον, τίθενται ζητήματα όπως η ανάγκη αγοράς προσωπικού υπολογιστή για κάθε καθηγητή ή σύνδεσης με το Διαδίκτυο από το σπίτι. Επιπλέον, προκύπτει η ανάγκη επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών σε βασικές δυνατότητες του Διαδικτύου, όπως και στις δυνατότητες του περιβάλλοντος Cabri – geometry II ή άλλων πακέτων εκπαιδευτικού λογισμικού.

Τα μαθηματικά που διδάσκονται

Η αλλαγή των μαθηματικών που κατασκευάζονται στο περιβάλλον Cabri – geometry II αποτελεί ένα βασικό σημείο συζήτησης. Σε αυτό το περιβάλλον οι γεωμετρικές κατασκευές γίνονται με διαφορετικό τρόπο απ' ό,τι με κανόνα και διαβήτη στο τετράδιο ή στον πίνακα. Γενικότερα, η επίλυση γεωμετρικών προβλημάτων και οι γεωμετρικές κατασκευές έρχονται ως αποτέλεσμα των κάθε φορά διατιθέμενων πόρων-εργαλείων. Η επίλυση της ίδιας γεωμετρικής κατασκευής, όπως το παράδειγμα της κατασκευής των διαμέσων ενός τριγώνου στο περιβάλλον Cabri – geometry II, δίνει διαφορετικές ευκαιρίες για μάθηση από αυτές που δίνονται στο περιβάλλον χαρτί-μολύβι. Συγκε-

κρυμμένα, οι μαθητές στο περιβάλλον Cabri – geometry II μπορούν μέσα σε λίγο χρόνο να παρατηρήσουν μια σειρά από διαφορετικές μορφές της ίδιας κατασκευής, χρησιμοποιώντας τη δυνατότητα της άμεσης διαχείρισης των σχημάτων στην οθόνη του υπολογιστή, ενόσω στον πίνακα ή στο χαρτί-μολύβι θα χρειάζονταν πολύ περισσότερο χρόνο. Επιπλέον, στο περιβάλλον Cabri – geometry II οι μαθητές θα μπορούσαν ευκολότερα να διατυπώσουν εικασίες για τις κοινές ιδιότητες των διαφορετικών μορφών αυτών των κατασκευών απ' ό,τι στο περιβάλλον χαρτί-μολύβι.

Η προσφορά της εικονικής ανατροφοδότησης των ενεργειών του μαθητή στο παράδειγμα των γεωμετρικών τόπων στο περιβάλλον Cabri – geometry II δίνει την ευκαιρία στους διδασκόμενους να διατυπώσουν εικασίες για τη μορφή του γεωμετρικού τόπου, ώστε στη συνέχεια να προχωρήσουν με μεγαλύτερη σιγουριά στην απόδειξη. Γενικότερα, παρέχεται η ευκαιρία στο μαθητή να κάνει αφαιρέσεις και να αναπτύξει τη γεωμετρική λογική μέσα από τον πειραματισμό του με τα δυναμικά σχήματα και τις κατασκευές που είναι εφικτό να υλοποιήσει στο περιβάλλον Cabri – geometry II. Εδώ τίθενται επίσης θέματα επιστημολογικής φύσης, όπως το αν η μαθηματική γνώση των παιδιών αποτελεί μεταφορά ενός συνόλου κανόνων από τους γνωρίζοντες στους μη γνωρίζοντες ή αν μπορεί να κατασκευάζεται από τους μαθητές σε κατάλληλα πλαίσια συμφραζομένων. Με άλλα λόγια, αν μπορεί να αναπτυχθεί η επαγωγική λογική στη γεωμετρία, όπου από το σχήμα μεταφερόμαστε στην εικασία και στην απόδειξή της, ή πρέπει να εφαρμόζεται αποκλειστικά η απαγωγική λογική, όπου από τους κανόνες και τα θεωρήματα προχωράμε στις ασκήσεις και στα προβλήματα. Στο σημείο αυτό αξίζει να σημειωθεί ότι είναι αποδεκτά γενικότερα ζητήματα που αφορούν την κατασκευή της μαθηματικής γνώσης από τους επιστήμονες μέσα από το πείραμα, την αναίρεση και τη διόρθωση μέσω της επαγωγικής λογικής.

Άλλα θέματα

«Αν χρησιμοποιούν τα παιδιά το περιβάλλον Cabri – geometry II, μήπως χάσουν τη σχεδιαστική τους ικανότητα;», «Θα εγκαταλείψουμε τα χαρτιά, τα μολύβια και το μαυροπίνακα;» και παρόμοια ζητήματα τίθενται σε συζητήσεις από τους καθηγητές. Στο σημείο αυτό πρέπει να διευκρινιστεί ότι, όταν θέλουμε να διδάξουμε μια έννοια, δε χρησιμοποιούμε ποτέ μια αυτόματη λειτουργία του υπολογιστή. Δηλαδή, αν θέλουμε να διδάξουμε το μαθητή τι σημαίνει ύψος ή πώς μετράμε μια γωνία, δε θα τον προτρέψουμε να τη μετρήσει αυτόματα ή να χαράξει το ύψος πατώντας ένα κουμπί, διότι έτσι του υποκαθιστούμε τη σκέψη. Μπορούμε όμως να τον καλέσουμε να πραγματοποιήσει αυτόματα τις λειτουργίες που προαναφέρθηκαν όταν πρόκειται να χρησιμοποιήσει τις έννοιες αυτές για την κατανόηση άλλων, όπως, για παράδειγμα, για την κατανόηση των ιδιοτήτων της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος. Στην περίπτωση της χρήσης αυτόματων λειτουργιών πρέπει να δοθεί έμφαση στην κατανόηση του ότι εκείνο που θα κάνει τους μαθητές να αναπτύξουν την κριτική τους σκέψη είναι η φύση των ερωτήσεων που τους απευθύνονται και πώς αυτές αλλάζουν ανάλογα με τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται. Για παράδειγμα, δε θα καλέσουμε το μαθητή να σχεδιάσει ένα ζεύγος κάθετων ευθειών στο περιβάλλον Cabri – geometry II, αλλά θα του ζητήσουμε να διερευνήσει τι συμβαίνει όταν αυτό το ζεύγος ευθειών περιστρέφεται.

Μαθηματικά για ποιον;

Το βασικό ερώτημα «Μαθηματικά για όλους ή για τους καλούς μαθητές;» τίθεται ξανά στα πλαίσια μιας διδασκαλίας με τη βοήθεια του Cabri – geometry II από τους καθηγητές, με την παρατήρηση «Έχω την εντύπωση ότι αυτό το περιβάλλον βοηθά τους μέτριους μαθητές. Τι θα γίνει με αυτούς που πρέπει να μάθουν την απόδειξη και έχουν στόχο να μπουν στο πανεπιστήμιο;». Εδώ είναι καλό να τονιστεί η ανάγκη τού να παραδίδονται στο σχολείο μαθηματικά για όλους τους μαθητές. Ο πειραματισμός με γεωμετρικά σχήματα δίνει τη δυνατότητα διατύπωσης εικασίας για το ποιες ιδιότητες του σχήματος ή μιας γεωμετρικής κατασκευής διατηρούνται μέσα από τις μεταβολές της μορφής τους. Η διατύπωση εικασίας διευκολύνεται στο περιβάλλον Cabri – geometry II, σε σχέση με το περιβάλλον χαρτί-μολύβι, ενώ ένας μαθητής που μπορεί να προχωρήσει στην απόδειξη αισθάνεται σιγουριά για το τι είναι αυτό που πρέπει να αποδείξει. «Θα μπορέσουν όλοι οι μαθητές να φτάσουν στην απόδειξη;» Το σημείο αυτό φέρνει στο προσκήνιο τη συζήτηση των εξής διλημμάτων: Αξιολόγηση της διαδικασίας της μάθησης ή του αποτελέσματος; Αξιολόγηση του μαθητή σε σχέση με τον εαυτό του και τις αφετηρίες του ή αξιολόγησή του σε σχέση με τους υπόλοιπους μαθητές της τάξης ή, τέλος, αξιολόγησή του σε σχέση με αυτό που ο καθηγητής θεωρεί ότι πρέπει να είναι το αποτέλεσμα της μάθησης; Παρ' ότι φαίνεται να γίνεται ολοένα και περισσότερο αποδεκτή η θεώρηση της αξιολόγησης της μάθησης του μαθητή σε σχέση με τον εαυτό του, εντούτοις υπάρχουν δυσκολίες με την πραγμάτωση αυτών των ιδεών, λόγω του ότι οι επικρατούσες κοινωνικές αντιλήψεις αναγνωρίζουν την αξιολόγηση του παιδιού σε σχέση με τα άλλα παιδιά και όχι σε σχέση με τον εαυτό του.

Ο ρόλος του δασκάλου

Ο ρόλος του δασκάλου αλλάζει όταν χρησιμοποιείται εκπαιδευτικό λογισμικό ως μέσο μάθησης. Από αυθεντία και κυρίαρχο άτομο μέσα στην τάξη, το οποίο έχει οργάνώσει μια διδασκαλία την οποία προσπαθεί να φέρει σε πέρας, μετατρέπεται σε εξυπηρετητή της γνώσης των μαθητών. Χρειάζεται περισσότερη προετοιμασία και ίσως οι μαθητές να έχουν αποκτήσει καλύτερες δεξιότητες στη χρήση του υπολογιστή και του λογισμικού. Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι και στο πλαίσιο μιας τάξης θα έπρεπε ο καθηγητής να μην αποδίδει στον εαυτό του το ρόλο της αυθεντίας, αλλά να αποδέχεται την προσωπικότητα των μαθητών ως ισότιμη και να τους παρέχει ευκαιρίες για πρωτοβουλία. Βεβαίως, η εμπειρία του καθηγητή είναι σημαντική στην αλληλεπίδρασή του με τους μικρούς μαθητές, αλλά η τεχνολογία δεν αναιρεί την εμπειρία του καθηγητή, απλώς την τοποθετεί σε ένα άλλο πλαίσιο, στο οποίο και ο καθηγητής κερδίζει. Ο ίδιος ο καθηγητής έχει το πλεονέκτημα να διερευνήσει μαθηματικά θέματα που τον απασχολούν, όπως και να κάνει μαθηματικά έχοντας στη διάθεσή του διαφορετικά εργαλεία από αυτά που είχε μέχρι σήμερα. Επιπλέον, μπορεί να πειραματίζεται με τις μακροκατασκευές και να λύνει δυσκολότερα προβλήματα που τυχόν αποτελούν πρόκληση γι' αυτόν.

Ο ρόλος του μαθητή

Ο ρόλος του μαθητή επίσης αλλάζει όταν χρησιμοποιείται εκπαιδευτικό λογισμικό ως μέσο μάθησης. Συγκεκριμένα, ο μαθητής συμμετέχει σε ομάδες και εκφράζει συχνότερα τη γνώμη του και, ορισμένες φορές, ξέρει περισσότερα από τον καθηγητή του. Έτσι, η προσωπικότητά του έχει την ευκαιρία να είναι πιο ανεξάρτητη. Γενικότερα,

με τη μείωση της αυθεντίας του καθηγητή και την ενίσχυση της έκφρασης της προσωπικότητας του μαθητή αλλάζει το πολιτισμικό περιβάλλον στη μαθηματική τάξη.

Η οργάνωση της τάξης

Η διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών με τη χρήση του εκπαιδευτικού λογισμικού Cabri – geometry II πρέπει να διεξάγεται στο εργαστήριο ηλεκτρονικών υπολογιστών, το οποίο έχει δημιουργηθεί γι' αυτόν το σκοπό στο σχολείο. Δεν είναι απαραίτητο να προηγηθεί η διδασκαλία της θεωρίας στην τάξη. Η θεωρία τις πιο πολλές φορές είναι αποτέλεσμα πειραματισμού των μαθητών στο περιβάλλον Cabri – geometry II. Οι μαθητές κάθονται δύο ή τρεις ανά υπολογιστή και επικοινωνούν μεταξύ τους προκειμένου να φέρουν σε πέρας τις δραστηριότητες που τους τίθενται. Πολλές φορές, οι καθηγητές αμφισβητούν την αξία της συνεργατικής μάθησης λέγοντας «Είναι δυνατόν να μάθουν οι μαθητές συνεργαζόμενοι; Θα τα λύνει ένας και οι άλλοι θα χαζεύουν...». Σε αυτό το σημείο μπορεί κανείς να επικαλεστεί τη θεωρία του Vygotsky (1978) για το ρόλο της συνεργασίας στη διεύθυνση της «ζώνης εγγύτερης ανάπτυξης» του παιδιού και να εξειδικεύσει υποστηρίζοντας ότι οι πιο αδύνατοι μαθητές μαθαίνουν από τους καλύτερους, ενώ στους τελευταίους δίνεται η ευκαιρία για την εμπέδωση της ύλης. Όσον αφορά τα ζητήματα της διεύθυνσης μιας τάξης οργανωμένης σε ομάδες, τίθεται το ερώτημα πώς μπορεί κανείς να εξασφαλίσει ότι οι μαθητές δε θα συζητούν για άσχετα θέματα προς το μάθημα ή δε θα παίζουν παιχνίδια κρυφά πίσω από τους υπολογιστές. Εδώ αποκτά μεγάλη σημασία η προετοιμασία τέτοιων δραστηριοτήτων, ώστε να ανήκουν στα ενδιαφέροντα των μαθητών και να ταιριάζουν με το διαθέσιμο διδακτικό χρόνο. Οι καθηγητές θα πρέπει να επαγρυπνούν όσον αφορά το χρόνο που δίνουν στους μαθητές προκειμένου να ολοκληρώσουν τις δραστηριότητες. Πρέπει αφενός να επαρκεί για να σκεφτούν και να πραγματοποιήσουν όλες τις απαραίτητες ενέργειες, αφετέρου όμως να μην πλεονάζει ώστε αυτοί να ασχολούνται με άλλα θέματα εκτός της δραστηριότητας, όπως παιχνίδια, ζωγραφική κ.ά. Βεβαίως, οι μαθητές θα συζητούν μεταξύ τους προκειμένου να λύσουν τα προβλήματα που τους τίθενται, και αυτό δεν είναι κακό, αντίθετα είναι πολύ χρήσιμο και κάτι που συνηθίζεται ιδιαίτερα σε χώρες της Ευρώπης και της Αμερικής.

Οι δραστηριότητες

Οι δραστηριότητες που δίνονται στους μαθητές συνιστάται να τους ενδιαφέρουν ώστε να τους δημιουργούν κίνητρο για να τις φέρουν σε πέρας. Θα πρέπει, εξάλλου, να έχουν ένα διερευνητικό χαρακτήρα, ώστε η γνώση που κατασκευάζεται σε αυτά τα πλαίσια να είναι λειτουργική, και θα πρέπει να είναι ανοικτές, δηλαδή να μπορούν να αντιμετωπιστούν με πολλαπλούς τρόπους από τους μαθητές ώστε να τους δίνουν ευκαιρίες για να εκφράσουν τις ιδιαιτερότητές τους στη μάθηση. Ειδικότερα, στο περιβάλλον Cabri – geometry II η χρήση δραστηριοτήτων της μορφής που προαναφέρθηκε είναι σημαντική λόγω του ότι ταιριάζουν με τη φύση του περιβάλλοντος και αξιοποιούν τις δυνατότητές του. Οι δραστηριότητες, επίσης, που δίνονται στους μαθητές θα πρέπει να είναι προσεκτικά επιλεγμένες ώστε να αφορούν ουσιώδη και βασικά σημεία της γεωμετρίας και όχι λεπτομέρειες. Η ικανότητα του καθηγητή και το καθήκον του ως δασκάλου των μαθηματικών δεν είναι να απαγγείλει το βιβλίο της γεωμετρίας στους μαθητές του και να λύσει όλες τις ασκήσεις που αυτό περιέχει, αλλά να ξεχωρίσει τα κύρια και βασικά σημεία και να μην επικεντρωθεί στα δευτερεύοντα, να

προτείνει προς επίλυση προβλήματα-κλειδιά, με τη λύση των οποίων επιλύονται μια σειρά από άλλα. Επιτυχημένος δεν είναι ο καθηγητής που δίνει έμφαση στην ποσότητα, μετατρέποντας το νου των μαθητών του σε αποθηκευτικό χώρο και λύνοντας ο ίδιος, με την αράδα, όσο περισσότερες ασκήσεις μπορεί, αλλά εκείνος ο οποίος δίνει έμφαση στην ποιότητα και τους παρέχει ευκαιρίες ώστε να ακονίσουν το μυαλό τους για να λύσουν προβλήματα.

Ο διδακτικός χρόνος και η διαδικασία σχεδίασης με τα εργαλεία του περιβάλλοντος Cabri – geometry II

Σε συζήτηση με εκπαιδευτικούς τέθηκε το εξής ζήτημα: «Μέχρι να σχεδιάσει ο μαθητής ένα σχήμα με αυτό το εργαλείο, πάει η ώρα». Εάν κανείς χρονομετρήσει τη διαδικασία σχεδίασης μιας απλής κατασκευής, όπως στο παράδειγμα της σχεδίασης ενός τριγώνου και των διαμέσων του στο περιβάλλον Cabri – geometry II, θα παρατηρήσει ότι ο χρόνος κατασκευής δεν ξεπερνά τα πέντε λεπτά. Σε μια πιο σύνθετη κατασκευή παρέχεται, σίγουρα, περισσότερος χρόνος, όμως ο μαθητής κερδίζει διότι οι επιμέρους ενέργειές του για την κατασκευή γίνονται συνειδητές, ενώ στο περιβάλλον χαρτί-μολύβι αρκετές από αυτές γίνονται αυθόρμητα, όπως, π.χ., το σημείο τομής δύο ευθειών γίνεται με τη χάραξή τους χωρίς να είναι ανάγκη να οριστεί ως αντικείμενο-σημείο, κάτι απαραίτητο κατά τη σχεδίαση στο περιβάλλον Cabri – geometry II. Επιπλέον, με αυτό τον τρόπο σχεδίασης, οι μαθητές προετοιμάζονται για την κατανόηση εννοιών που αφορούν τον αντικειμενοστραφή προγραμματισμό.

Η δημιουργία ενός περιβάλλοντος εργασίας για τους μαθητές

Οι μαθητές θα πρέπει να χρησιμοποιούν το τετράδιο εργασίας που συνοδεύει το εκπαιδευτικό λογισμικό Cabri – geometry II και να συμπληρώνουν τις ερωτήσεις που υπάρχουν σε αυτό. Το τετράδιο αυτό αποτελεί ένα χώρο εργασίας για το μαθητή, τον βοηθά να συγκεντρωθεί, όπως και τον δεσμεύει να ανταποκριθεί στα ζητούμενα μιας δραστηριότητας. Τα τετράδια εργασίας, σε συνδυασμό με το περιβάλλον του υπολογιστή, το οποίο επίσης αποτελεί έναν αλληλεπιδραστικό πειραματικό χώρο εργασίας, βοηθούν το μαθητή να εμπλακεί και να παραμείνει συγκεντρωμένος σε μια δραστηριότητα. Αντίθετα, μόνον η παρουσίαση από τον καθηγητή των μαθηματικών εννοιών με λεκτικό τρόπο ή και με τη βοήθεια του πίνακα, αποτελεί μια διαδικασία που δεν επαρκεί ώστε να συγκεντρώσει τους μαθητές για πολύ χρόνο στη δραστηριότητα, παρά τους αφήνει περιθώριο να σκέπτονται άλλα πράγματα και συντελεί ώστε να γίνεται βαρετή και μονότονη η διαδικασία της μάθησης.

Η επικοινωνία

Προκειμένου να αξιοποιηθεί όσο το δυνατόν περισσότερο η δυναμική-διερευνητική διάσταση του περιβάλλοντος Cabri – geometry II, σημαντικό ρόλο παίζει η δημιουργία ενός διερευνητικού περιβάλλοντος επικοινωνίας. Προς την κατεύθυνση αυτή αποφασιστικής σημασίας κρίνεται ο διερευνητικός χαρακτήρας των ερωτήσεων του καθηγητή. Οι διερευνητικές ερωτήσεις συνήθως είναι ανοικτού τύπου και έχουν στόχο να προκαλέσουν την εξωτερίκευση της σκέψης του μαθητή και σε καμία περίπτωση να την κατευθύνουν. Τέτοιες ερωτήσεις διατυπώνονται στην αρχή του μαθήματος μετά την παρουσίαση της δραστηριότητας στους μαθητές και έχουν ως εξής: τι να συμβαίνει άραγε εδώ, πώς βλέπετε εσείς την αντιμετώπιση αυτού του θέματος, ποιες εικασίες

μπορείτε να διατυπώσετε, τι πιστεύετε για αυτό το πρόβλημα... Το βασικότερο χαρακτηριστικό αυτών των ερωτήσεων είναι ότι δεν προτείνουν κάτι στο μαθητή με το οποίο πρέπει αυτός να διαφωνήσει ή να συμφωνήσει, αλλά διερευνούν τι σκέπτεται ο μαθητής για τις μαθηματικές δραστηριότητες τις οποίες καλείται να φέρει σε πέρας. Αφού εκφραστεί η σκέψη των μαθητών, ο καθηγητής τούς καλεί να προχωρήσουν στη διαμόρφωση και στην εκτέλεση της γεωμετρικής κατασκευής. Αξιοποιώντας τις δυνατότητες του περιβάλλοντος Cabri – geometry II για άμεση διαχείριση των γεωμετρικών-υπολογιστικών αντικειμένων στην οθόνη του υπολογιστή, οι μαθητές είναι καλό να καλούνται να διατυπώσουν εικασίες. Αυτό σημαίνει ότι ο καθηγητής προτρέπει τους μαθητές να εξαγάγουν τη δομή ή τις ιδιότητες μιας κατασκευής αφού στηριχτούν στα εικονικά δεδομένα τα οποία έχουν προκύψει με την προηγούμενη διαδικασία της άμεσης διαχείρισης. Οι απαντήσεις των μαθητών, οι οποίες είναι χρήσιμο να προέρχονται από δια-μαθητική συνεργασία, συνιστάται να ταξινομούνται και να αξιολογούνται από τους ίδιους, ώστε να εξάγονται συμπεράσματα.

Οποιοσδήποτε ερωτήσεις καλούν τους μαθητές απλώς και μόνο να συμφωνήσουν ή να διαφωνήσουν με μια μαθηματική σκέψη ή άποψη, στην πραγματικότητα υποκαθιστούν τη σκέψη και τον προβληματισμό του μαθητή και, ουσιαστικά, του προτείνουν αυτή την άποψη. Επιπλέον, οι ερωτήσεις που επικεντρώνουν την προσοχή του μαθητή σε συγκεκριμένα σημεία ενός προβλήματος υποκαθιστούν εκείνες τις νοητικές ενέργειες του μαθητή που απαιτούνται προκειμένου ο ίδιος να επιλέξει τα κρίσιμα σημεία και να επικεντρωθεί σε αυτά. Βεβαίως, όλοι οι μαθητές δεν μπορούν στο χρόνο που τους διατίθεται να επιλέξουν τα κατάλληλα σημεία και με βάση αυτά να προχωρήσουν σε μαθηματικές σκέψεις. Σε αυτούς τους μαθητές θα πρέπει οπωσδήποτε να δίνεται η κατάλληλη γνώση με τη μορφή βοήθειας, η οποία θα διευρύνει τη ζώνη της εγγύτερης τους ανάπτυξης και, ενδεχομένως, θα εσωτερικευτεί από αυτούς ώστε να αποκτήσουν νέα γνώση. Όμως, ο καθηγητής πρέπει να επαγρυπνά ώστε να δίνει στους μαθητές του μόνο εκείνη την απαραίτητη βοήθεια προκειμένου να προχωρήσουν στη μάθησή τους, και να έχει επίγνωση του ότι οτιδήποτε προσφέρει στους μαθητές του δε σημαίνει ότι εσωτερικεύεται οπωσδήποτε από αυτούς. Πιο γενικά μιλώντας, η γνώση που κατασκευάζουν οι μαθητές μόνοι τους αποτελεί την πραγματική τους γνώση, ενώ επιπλέον προσπάθεια πρέπει να καταβάλουν προκειμένου να ιδιοποιηθούν τη γνώση που κάθε φορά τούς προσφέρεται από τον καθηγητή τους.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Balacheff, N. & Kaput, J. (1996). Computer-based learning environments in mathematics. In A. J. Bishop, K. Klements, C. Keitel, J. Kilpatrick and C. Laborde (Eds), *International Handbook on Mathematics education* (pp. 469-501). Dordrecht: Kluwer.
- Bauersfeld, H. (1988). Interaction, Construction and Knowledge: Alternative perspectives for Mathematics Education. In D. A. Grows, T. J. Cooney, & D. Jones (Eds), *Effective Mathematics Teaching* (pp.27-46). Hillsdale, New Jersey: N.C.T.M. Lawrence Erlbaum Associates.
- Becker, H. J., (1990). Computer use in United States schools. Paper presented at the Annual Meeting of the AERA, Boston, MA.
- Bishop, A. J., (1983). Space and Geometry. In R. Lesh and M. Landau (Eds), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 176-200). London: Academic Press.
- Borba, M., & Confrey, G. (1996). A student's construction of transformations of functions in a multirepresentational environment. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 319-337.
- Clements, D. H. (1989). *Computers in elementary mathematics education*. NJ: Prentice- Hall.
- Cobb, P. (1991). Reconstructing Elementary School Mathematics. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 13,(2), 3-32.
- Cobb, P. (1997). Learning from distributed theories of intelligence. *Proceedings of the 21th PME Conference*, 2 (pp. 169-176). Lathi, Finland.
- Cobb, P., & Steffe, L. P. (1983). The constructivist Researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), 83-94.
- Confrey, J. (1990). What Constructivism implies for teaching. In R. B. Davis, C. A. Maher, and N. Noddings (Eds), *Constructivist views on the teaching and Learning of Mathematics* (pp. 107-124). Reston, VA: N.C.T.M.
- Confrey, J. (1995). How Compatible are Radical Constructivism, Sociocultural Approaches, and Social Constructivism?. In L.P. Steffe & J. Gale (Eds), *Constructivism in Education* (pp. 185-226). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Dettori, G., & Lemut, E. (1995). External Representations in Arithmetic Problem Solving. In R. Sutherland & J. Mason (Eds), *Exploiting Mental imagery with Computers in Mathematics Education*, (pp. 20-33). Berlin : Springer-Verlang.
- Dyfour-Janvier, B., Bednarz, N., & Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 109-122). London: Lawrence erlbaum associates.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 139-162.
- Hadas, N., & Arcavi, A. (1997). An attempt to characterize environments in which students can invert insightful proofs in geometry. *Proceedings of the 21th PME Conference*, 1 (pp. 237). Lathi, Finland.
- Hershkowitz, R., (1990). Psychological aspects of learning Geometry. In J. Kilpatrick & P. Nesher (Eds), *Mathematics and Cognition* (pp. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.
- Hillel, J. (1992). The Notion of Variable in the Context of Turtle Graphics. In C. Hoyles and R. Noss (Eds), *Learning Mathematics and Logo* (pp. 11-36). Cambridge, Ma: MIT Press.

- Hoyles, C., & Noss, R. (1989). The Computer as a Catalyst in Children's Proportion Strategies. *Journal of Mathematical behavior*, 8, 53-75.
- Hoyles, C. (1993). Microworlds/ schoolworlds: The transformation of an innovation. In C. Keitel and K. Ruthven (Eds), *Learning from computers: Mathematics Education and Technology* (pp.1-17). Berlin: Springer-Verlag.
- Janvier, C. (1987). Representation and understanding: The notion of function as an example. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 67-72). London: Lawrence erlbaum associates.
- Jones, K. (1997). Children learning to specify geometrical relationships using dynamic geometry package. *Proceedings of the 21th PME Conference*, 3 (pp. 121-128). Lathi, Finland.
- Kaput, J. J. (1987). Representation systems and mathematics. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 19-26). London: Lawrence erlbaum associates.
- Kaput, J. J. (1987b). Toward A Theory of Symbol Use in Mathematics. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 159-196). London: Lawrence erlbaum associates.
- Kaput, J. J. (1992). Technology and Mathematics Education. In D. A. Grouws (Eds), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 515-556). New York: Macmillan.
- Kaput, J. J. (1994). The Representational Roles of Technology in Connecting Mathematics with Authentic Experience. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser, B., Winkelmann (Eds), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline: The state of the art* (pp. 379- 397). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Kember, D., & Murphy, D. (1990). Alternative New Directions for Instructional Design. *Educational Technology*, August 1990, 42-47.
- Kordaki, M., & Potari, D. (1999). Children's Approaches to Area Measurement through Different Contexts. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(3), 303-316.
- Laborde, J-M., and Strasser, R. (1990). Cabri-Geometre: A microworld of geometry for guided discovery learning. *ZDM*, 5, 171-177.
- Laborde, C. (1992). Solving problems in computer based geometry environments :The influence of the futures of the software. *ZDM*, 92(4), 128-135.
- Laborde, C. (1993). The computer as part of the learning environment: the case of geometry. In C. Keitel & K. Ruthven (Eds), *Learning from computers: Mathematics Education and Technology* (pp. 48-67). Berlin: Springer-Verlag.
- Lave, J. (1988). *Cognition in Practice*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lesh, R., Mehr, M., & Post, T.,(1987b). Rational number relations and proportions. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 41-58). London: Lawrence erlbaum associates.
- Magone, M. E., Cai, J., Silver, E.A., & Wang, N. (1994). Validating the cognitive complexity and content quality of a mathematics performance assesment. *International Journal for Educational Research*, 21(3), 317-340.
- Maher, C. A., & Davis, R. B. (1990). Teachers Learning: Building representations of children's meanings. In R. B. Davis, C. A. Maher, and N. Noddings (Eds). *Constructivist views on the teaching and Learning of Mathematics* (pp. 79-92). Reston, VA: N.C.T.M.
- Mariotti, M.,A. and Bussi, B. (1998). From drawing to construction : teacher's mediation within the Cabri environment. In A.Olivier and K. Newstead (Eds). *22nd PME Conference*, 3 (pp. 247- 255). Stellenbosch, South Africa.
- Mariotti, M., A. (1995). Images and concepts in geometrical reasoning. In R. Sutherland & J. Mason (Eds), *Exploiting Mental imagery with Computers in Mathematics Education* (pp. 97-116). Berlin: Springer-Verlag.

- Marton, F. (1988). Phenomenography: Exploring Different Conceptions of Reality. In D.M. Fetterman (Eds). *Qualitative Approaches to Evaluation in Education: The Silent Scientific Revolution*, (pp. 176-205). New York: Praeger.
- Noss, R. (1988). The computer as a cultural influence in mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 251-268.
- Noss, R., & Hoyles, C. (1992). Looking Back and Looking Forward. In C. Hoyles and R. Noss (eds), *Learning Mathematics and Logo* (pp. 431-470). Cambridge, Ma: MIT Press.
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meanings: Learning Cultures and Computers*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.
- Noss, R., Healy, L., & Hoyles, C. (1997). The construction of Mathematical meanings: Connecting the visual with the symbolic. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 203-233.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. New York: Basic Books.
- Piaget, J. (1970a). *Psychology and Epistemology*. England: Penguin Books.
- Piaget, J. (1970b). *Genetic epistemology* (3rd ed.). New York: Columbia University Press.
- Pufall, P.B. (1988). Function in Piaget's System: Some Notes for Constructors of Microworlds. In G. Forman, & B. P. Pufall (Eds), *Constructivism in the Computer Age* (pp. 15-35). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Saxe, G. B. (1990). *Culture and Cognitive Development: Studies in Mathematical Understanding*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Steffe, L.P. (1990). On the knowledge of mathematics teachers. In R. B. Davis, C. A. Maher, and N. Noddings (Eds), *Constructivist views on the teaching and Learning of Mathematics* (pp. 167-186). Reston VA: N.C.T.M.
- Steffe, L. P., & Kieren, T. (1994). Radical Constructivism and Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6).
- Strasser, R., & Capponi, B. (1991). Drawing- Computer model- Figure. *Proceedings of the 15th of PME Conference*, (pp.302-309). Assisi, Italy.
- Sutherland, R. (1995). Mediating mathematical action. In R. Sutherland & J. Mason (Eds), *Exploiting Mental imagery with Computers in Mathematics Education* (pp. 71-81). Berlin: Springer-Verlag.
- Villarreal, E. M. (1997). Computers, graphics and refutations. *Proceedings of the 21st PME Conference*, 1 (pp. 268). Lathi, Finland.
- Von Glasersfeld, E. (1987). Learning as a constructive activity. In C. Janvier (Eds), *Problems of representation in teaching and learning of mathematics* (pp. 3-18). London: Lawrence Erlbaum associates.
- Von Glasersfeld, E. (1990). An Exposition of Constructivism: Why Some Like It Radical. In R. B. Davis, C. A. Maher, and N. Noddings (Eds), *Constructivist views on the teaching and Learning of Mathematics* (pp. 1-3). Reston VA: N.C.T.M.
- Von Glasersfeld, E. (1995). A Constructivist Approach to Teaching. In L.P. Steffe & J. Gale (Eds), *Constructivism in Education* (pp.3-16). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Vygotsky, L. (1988). *Σκέψη και Γλώσσα*. Αθήνα: Εκδόσεις «γνώση».
- Vygotsky, L. (1978). *Mind in Society*. Cambridge: Harvard University Press.

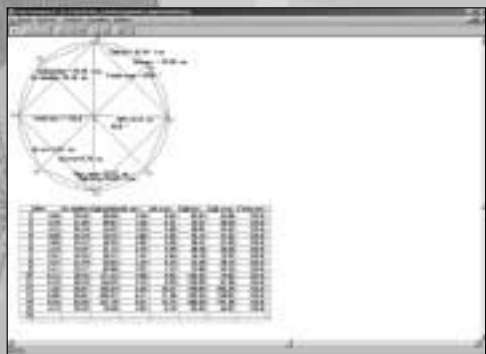
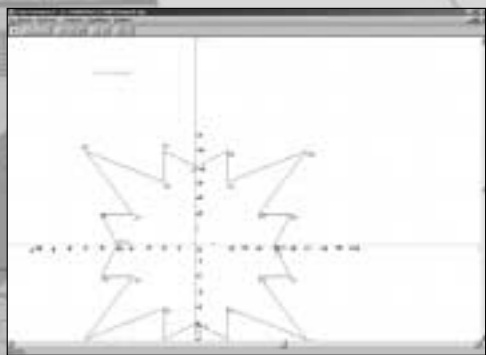
Cabri - geometry II

Το Cabri – geometry II

- είναι ένα δυναμικό περιβάλλον εκπαιδευτικού λογισμικού που υποστηρίζει την ανάπτυξη μιας διερευνητικής προσέγγισης στη διδασκαλία και στη μάθηση της γεωμετρίας.
- διαθέτει στοιχεία υψηλής αλληλεπίδρασης.
- αποτελεί ένα ανοικτό περιβάλλον μάθησης το οποίο διαθέτει εργαλεία στο μαθητή προκειμένου να μπορεί να επιλύει προβλήματα.
- υποστηρίζει τη διεπιστημονική προσέγγιση στη μάθηση της γεωμετρίας.

Με το Cabri – geometry II μπορείτε

- να δημιουργήσετε και να αποθηκεύσετε στον υπολογιστή σας μακροκατασκευές για σημαντικές ή συχνά επαναλαμβανόμενες γεωμετρικές κατασκευές.
- να καταρτίσετε λίστα περιεχομένων, η οποία θα περιλαμβάνει τα θέματα στα οποία επιθυμείτε να επικεντρώσετε το ενδιαφέρον σας.
- να διερευνήσετε τις γεωμετρικές ιδιότητες για υποθέσεις ασκήσεων που βασίζονται στα πέντε ευκλείδια αξιώματα.
- να προσδιορίσετε γραφικά γεωμετρικούς τόπους.
- να αναδείξετε τα δυναμικά χαρακτηριστικά των σχημάτων με υλικό animation.
- να εκτυπώσετε επιφάνεια σχεδίου 8 1/2*11.



Το λογισμικό **Cabri geometry II** εξελληνίστηκε και διανέμεται αρχικά για χρήση στα Γυμνάσια, Λύκεια και ΤΕΕ που συμμετέχουν στην **Οδύσσεια** – «Ελληνικά Σχολεία στην Κοινωνία της Πληροφορίας», το εθνικό πρόγραμμα που αφορά στην παιδαγωγική ένταξη των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και Επικοινωνίας (ΤΠΕ) σε όλο το εύρος του εκπαιδευτικού συστήματος, και είναι αποτέλεσμα μακροχρόνιου σχεδιασμού και υλοποίησης (1996-2001). Το 2001 στα 385 σχολεία της **Οδύσσειας** καθηγητές όλων των ειδικοτήτων αξιοποιούν υπολογιστές και δίκτυα στην κύρια καθημερινή σχολική δραστηριότητά τους. Στο **Σχολικό Εργαστήριο της Κοινωνίας της Πληροφορίας** υποστηρίζεται η διδασκαλία όλων των μαθημάτων με διάφορες εκπαιδευτικές δραστηριότητες. Στο Γ' ΚΠΣ προβλέπεται η χρηματοδότηση νέων δράσεων που στοχεύουν στην αξιοποίηση των ΤΠΕ στο σύνολο των Ελληνικών σχολείων.



Ελληνικά
Σχολεία
στην
Κοινωνία
της
Πληροφορίας

Η Οδύσσεια περιλαμβάνει:

– μεταπτυχιακή εκπαίδευση 95 επιμορφωτών (καθηγητές όλων των ειδικοτήτων) σε εξειδικευμένα ετήσια πανεπιστημιακά προγράμματα, οι οποίοι αναλαμβάνουν τη

– διαρκή **ενδοσχολική επιμόρφωση** των 5.500 εκπαιδευτικών που υπηρετούν στα σχολεία της **Οδύσσειας** -και όχι μόνο- ώστε να μπορούν να αξιοποιήσουν το

– διερευνητικό, διαθεματικό **εκπαιδευτικό λογισμικό** (48 πακέτα αναπτύχθηκαν εξ αρχής και 14 διεθνώς καταξιωμένα προϊόντα προσαρμόστηκαν) για όλες τις τάξεις Γυμνασίου και Λυκείου και τις διάφορες ειδικότητες καθηγητών. Το εκπαιδευτικό λογισμικό αξιοποιείται στα

– 385 σχολεία με **σχολικά εργαστήρια** (με τοπική και εξ αποστάσεως τεχνική υποστήριξη), δικτυωμένα στο **Πανελλήνιο Σχολικό Δίκτυο**.

Ο εξελληνισμός και η προσαρμογή του εκπαιδευτικού λογισμικού **Cabri geometry II** στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα υλοποιήθηκε στο πλαίσιο της **Κίρκης**, έργο της Δράσης II: «Εκπαιδευτικό λογισμικό» της **Οδύσσειας**. Η δημόσια χρηματοδότηση της προσαρμογής εξασφαλίζει ότι η τιμή πώλησης του παρόντος λογισμικού στην Ελληνική αγορά δεν υπερβαίνει την αντίστοιχη στη διεθνή αγορά.

Η **Οδύσσεια** χρηματοδοτείται από το Επιχειρησιακό Πρόγραμμα Εκπαίδευσης και Αρχικής Επαγγελματικής Κατάρτισης (ΕΠΕΑΕΚ, Β' και Γ' ΚΠΣ) και το Επιχειρησιακό Πρόγραμμα Κοινωνίας της Πληροφορίας του Γ' ΚΠΣ, του Υπουργείου Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων (Επιβλεψη: Διευθύνσεις Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης και Κοινωνικού Παισίου Στήριξης του ΥΠΕΠΘ. Πιστοποίηση: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο). Ο σχεδιασμός, η επιστημονική τεχνική στήριξη, ο συντονισμός και η διοικητική και οικονομική διαχείριση γίνονται από το Ερευνητικό Ακαδημαϊκό Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών (Ε.Α. ΠΥ).

Στην υλοποίηση της **Οδύσσειας** συμμετέχουν πάνω από 1000 επιστήμονες, παιδαγωγοί, μηχανικοί και διοικητικοί υπάλληλοι, που εργάζονται σε 57 πανεπιστημιακά τμήματα, 53 εταιρίες και 18 μουσεία, ιδρύματα και ερευνητικά κέντρα.

ΦΟΡΕΙΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ



ΑΝΑΘΟΧΟΙ ΦΟΡΕΙΣ



Κέντρο Πληροφόρησης Οδύσσειας:

Infodesk.Odyseia@cti.gr – <http://Odyseia.cti.gr/irkil/>